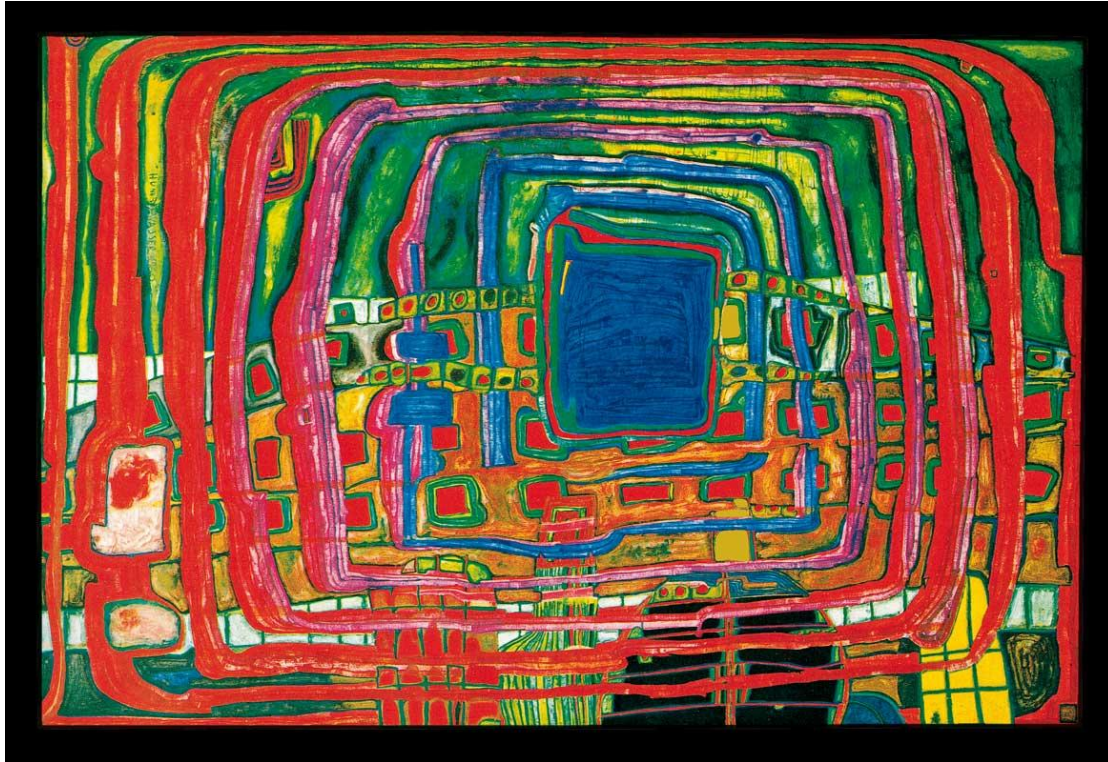




Een proef op de som

Vaste strategieën voor de zwakke rekenaar

Inge Veltmans

Studentnummer 2133640

Master Special Educational Needs

Fontys Opleidingscentrum Speciale Onderwijszorg

Leerroute Remedial Teacher

Begeleid door Karin Diemel

Mei 2010

Voorwoord

In de laatste jaren is het niveau van het rekenonderwijs sterk in de belangstelling komen te staan van zowel de onderwijswereld als de maatschappij. In kranten-artikelen worden twijfels geuit over de rekendidactiek. Zo kwam het rekenen op de basisschool op de politieke agenda en werd het zelfs bron van een onderzoek door de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.

Het is waar dat zwakke rekenaars diverse problemen ondervinden in hun leerproces. en zo kwam het rekenen op de basisschool ook op mijn agenda. Met mijn onderzoek ben ik op zoek gegaan naar praktisch uitvoerbare oplossingen voor de moeilijkheden van zwakke rekenaars. In dit onderzoek wordt aangetoond, dat zwakke rekenaars met hulp van een aangepast programma stappen voorwaarts kunnen maken. Het opdoen van succeservaringen speelt hierbij een aanzienlijke rol.

Ik hoop, dat de uitkomsten van mijn onderzoek een aanzet mogen zijn tot een verbetering van het rekenonderwijs op de school waar ik werk. Nog mooier zou het zijn wanneer mijn aanbevelingen navolging vinden en wanneer er in de wetenschap onderzoeken worden gedaan, die tot een wezenlijke verbetering zorgen voor het onderwijs aan zwakke rekenaars.

Dit onderzoek vormt voor mij het einde van de tweejarige RT opleiding Special Educational Needs. Ik wil Karin Diemel, docente van Fontys, bedanken voor de positieve ondersteuning en de opbouwende suggesties. Verder bedank ik Margot en Nicole, mijn medestudenten van de RT opleiding. Hun suggesties en steun waren voor mij een stimulans in het onderzoeksproces.

Inge Veltmans, mei 2010

Inhoud

Voorwoord	1
Samenvatting.....	4
Inleiding	6
Hoofdstuk 1 Verlegenheidssituatie en onderzoeksvraag	8
1.1 Verlegenheidssituatie	8
1.2 Onderzoeksvraag.....	9
1.3 Gegevens uit onderzoeken	11
1.4 Doel van mijn onderzoek.....	13
Hoofdstuk 2 Theorie	14
2.1 Geschiedenis en achtergronden van realistisch rekenonderwijs	14
2.1.1 Inleiding.....	14
2.1.2 Geschiedenis van het rekenonderwijs.....	14
2.1.3 Sociaalconstructivisme	15
2.1.4 Mechanistisch rekenen versus realistisch rekenen	17
2.1.5 De didactiek van realistisch rekenen	18
2.1.5.1. Construeren en concretiseren	20
2.1.5.2. Niveaus en modellen	22
2.1.5.3. Reflectie en eigen productie	23
2.1.5.4. Sociale context en interactie.....	24
2.1.5.5. Structureren en verstrengelen	25
2.1.6 Vaardigheden van leerlingen	25
2.1.7 Samenvatting	26
2.2 Zwakke rekenaars.....	26
2.2.1 Inleiding.....	26
2.2.2 Onderzoeken naar het rekenniveau op de basisschool	27
2.2.3 Rekenproblemen.....	29
2.2.4 Zwakke rekenaars en realistisch rekenen	30
2.2.5 Zwakke rekenaars en automatisering	32
2.2.6 Zwakke rekenaars en strategiekeuze.....	33
2.2.7 Onderwijsbehoeften zwakke rekenaars	34
2.2.8 Samenvatting en conclusies	36
Hoofdstuk 3 Verantwoording onderzoeksmethoden	37
3.1 Inleiding.....	37
3.2 Verantwoording.....	37
3.3 De onderzoeksinstrumenten	38

3.3.1 De rekenmethode Pluspunt.....	38
3.3.2 Zwakke rekenaars in groep 5.....	38
3.3.3 Enquête.....	39
Hoofdstuk 4 Praktijk.....	40
4.1 Methodestudie rekenmethode Pluspunt.....	40
4.1.1 Inleiding.....	40
4.1.2 Opzet methode.....	40
4.1.3 De methode en zwakke rekenaars.....	41
4.1.4 Strategiekeuze	42
4.1.5. Samenvatting en conclusies.....	43
4.2 Zwakke rekenaars in groep 5.....	44
4.2.1 Inleiding.....	44
4.2.2 Roos.....	44
4.2.3 Anne.....	46
4.2.4 Conclusie diagnostische gesprekken	47
4.2.5 Plan van aanpak	48
4.2.6 Uitwerking plan van aanpak	49
4.2.7 Samenvatting en conclusies	51
4.3 Enquête rekenen.....	51
4.3.1 Inleiding.....	51
4.3.2 Deel 1 enquête.....	52
4.3.3 Deel 2 enquête.....	54
4.3.4 Samenvatting en conclusies	58
Hoofdstuk 5 Conclusies	59
5.1 De resultaten van het onderzoek	59
5.2 Discussie.....	62
5.3 Aanbevelingen voor de begeleiding van zwakke rekenaars.....	62
Literatuur	64
 Bijlage 1 Diagnostisch gesprek Maatwerk	 68
Bijlage 2 Enquête rekenen.....	71

Samenvatting

In het rekenonderwijs in mijn groep kwam ik telkens weer dezelfde problemen tegen. Het niveauverschil tussen de kinderen is groot. Zwakke rekenaars raken hoe langer hoe meer achter ten opzichte van de groep. Zwakke rekenaars lijken niet voldoende te profiteren van het realistisch rekenonderwijs.

Door het lezen van achtergrondinformatie en door op kleine schaal aanpassingen te doen in het rekenprogramma raakte ik ervan overtuigd dat zeker een deel van de moeilijkheden voorkomen zou kunnen worden. Met mijn onderzoek wilde ik nagaan hoe ik zwakke rekenaars het beste kan ondersteunen bij de problemen die ze ondervinden.

Uit onderzoek is gebleken dat de problemen van zwakke rekenaars ten dele te maken hebben met de interactieve didactiek van het realistisch rekenonderwijs. Het moeizaam automatiseren van basale rekenfeiten en de strategiezwakke zorgen hierbij voor de grootste problemen. Er zijn wetenschappelijk onderbouwde oplossingen die het leerproces van zwakke rekenaars kunnen vergemakkelijken. Rekenzwakke kinderen zijn gebaat bij een sturende rol van de leraar, bij een minder vrije vorm van instructie en bij meer onderwijstijd en meer aandacht voor rekenen. De zwakke rekenaar heeft dus een aangepast programma nodig.

Mijn praktijkonderzoek bevestigt de bevindingen van het wetenschappelijk onderzoek. De door mij onderzochte rekenmethode biedt te weinig ondersteuning voor de zwakke rekenaars. Het aanbod van meerdere strategieën veroorzaakt problemen en het automatiseren, de basisvoorwaarde voor een goed verlopend rekenproces, staat op een te laag pitje. Niet bereikte tussendoelen zorgen voor een opeenstapeling van moeilijkheden. De leerkrachten van onze school bevestigen deze bevindingen, zoals blijkt uit de door mij uitgevoerde enquête. Een programma voor zwakke rekenaars met het accent op automatisering en het aanbieden van vaste oplossingsstrategieën zorgde voor een inhaalslag bij de zwakke rekenaars in mijn groep.

De hoofdconclusies uit mijn onderzoek en adviezen ter verbetering van het rekenonderwijs voor zwakke rekenaars zijn:

1. Een aantal principes van het realistisch rekenonderwijs werken minder goed voor zwakke rekenaars. Preventieve maatregelen in de vorm van een aangepast programma zijn nodig om risicoleerlingen goed te kunnen begeleiden.
2. Het gebrek aan geautomatiseerde kennis van basale rekenfeiten en een onsystematische strategiekeuze vormen de grootste problemen voor zwakke rekenaars. Zij zijn daarom gebaat bij het aanleren van één strategie per rekenonderdeel gecombineerd met extra rekentijd om te oefenen.
3. Het is noodzakelijk om het rekenprogramma voor en de begeleiding van zwakke rekenaars binnen de school af te stemmen.

Inleiding

Sinds ik in het onderwijs werk hebben de problemen van zwakke rekenaars mij beziggehouden. Het verschil tussen de kinderen in een klas is groot en rekenzwakke kinderen hebben moeite om het niveau van de groep bij te benen. Het lukt zwakke rekenaars vaak niet om met een acceptabel rekenniveau de basisschool te verlaten.

Ik wilde daarom een onderzoek uitvoeren om de problemen van zwakke rekenaars in kaart te brengen. Ik wilde nagaan hoe ik het beste aan zou kunnen sluiten bij hun onderwijsbehoefte.

Dit onderzoeksrapport bevat vijf hoofdstukken plus literatuur en bijlagen.

In hoofdstuk 1 beschrijf ik de aanleiding voor dit onderzoek en de onderzoeksvraag. Paragraaf 1.3 vormt de samenvatting van de onderzoeken die reeds gedaan zijn naar de invloeden van de rekendidactiek en naar de problemen van zwakke rekenaars.

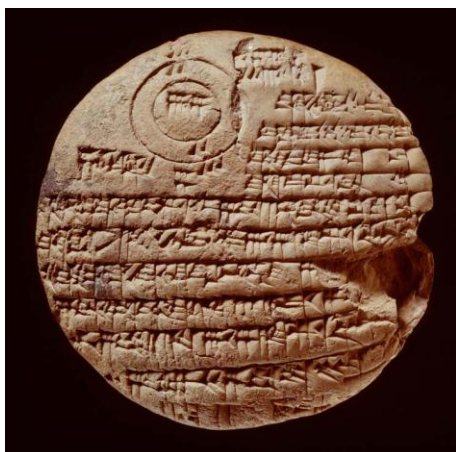
Hoofdstuk 2 vormt het theoretisch kader. Ten eerste komen de ontwikkelingen en achtergronden van het rekenonderwijs aan de orde. De didactiek van zowel het realistisch als het mechanistisch rekenen wordt besproken. Ten tweede onderzoek ik problemen van zwakke rekenaars vanuit een theoretisch kader. Zowel de aspecten, die voor moeilijkheden zorgen als de aspecten, die de zwakke rekenaar kunnen ondersteunen, komen aan de orde.

Het onderzoeksplan vormt het onderwerp van hoofdstuk 3. De bronnen, de respondenten en de bijbehorende onderzoeksinstrumenten worden in dit hoofdstuk beschreven.

In hoofdstuk 4 beschrijf ik mijn praktijkonderzoek. Dit onderzoek bestaat uit drie onderdelen. Het eerste deel is de analyse van Pluspunt, de rekenmethode die op onze school gebruikt wordt. In het tweede deel breng ik de onderwijsbehoefte van twee zwakke rekenaars in mijn groep in kaart, waarna ik met hun een remediërend programma uitvoer. Het derde deel is de enquête onder mijn collega's met het doel

duidelijk te krijgen waar hun problemen liggen in de begeleiding van zwakke rekenaars. De resultaten van deze enquête vormen het laatste deel van het praktijkgedeelte.

In hoofdstuk 5 trek ik een aantal conclusies uit het praktijkonderzoek en vergelijk deze met de theorie hierover. De resultaten uit het onderzoek leiden tot aanbevelingen voor onze school.



Een vierduizend jaar oud kleitablet met een wiskundige opgave. De twee cirkels stellen de muren van een stad voor, waarvan de omtrek berekend moest worden. Voor de leerling die deze som maakte, was de opgave veel te moeilijk. De leerling zou een zware onvoldoende gekregen hebben.

Hoofdstuk 1 Verlegenheidssituatie en onderzoeksvraag

1.1 Verlegenheidssituatie

Sinds 2004 werk ik op een Jenaplanbasisschool. Ik heb een middenbouwstamgroep. Het lees en taalgedeelte vindt op onze school plaats in de stamgroep, maar rekenen, schrijven en begrijpend lezen krijgen de kinderen in instructiegroepen. Al een aantal jaren geef ik rekenen aan groep 5.

Wat mij telkens weer opvalt, is dat zwakke rekenaars hoe langer hoe meer achter raken. De kinderen ondervinden verschillende problemen: ze hebben de sommen tot 20 en zelfs soms tot 10 nog niet geautomatiseerd; ze hanteren verschillende oplossingsstrategieën willekeurig door elkaar; ze hebben moeite met de contextopgaven en ga zo maar door.

Aan het eind van groep 5 moeten de kinderen de tafels geautomatiseerd hebben en ook de deeltafels moeten ze vlot beheersen. De sommen tot 100 moeten de kinderen d.m.v. hoofdrekenen uit kunnen rekenen en de sommen tot 1000 mogen ook geen problemen meer opleveren. Maar hoe moet het dan verder met die eenvoudige sommen tot 20? Zelfs op het eind van groep 5 zijn er immers kinderen, die deze sommen nog op hun vingers blijven uitrekenen. Ligt het aan de leerkracht, ligt het aan de methode? Wat is eigenlijk de oorzaak? En belangrijker nog: hoe kunnen we deze kinderen een stap vooruit helpen?

Een probleem waar ik in de klas tegenaan loop is het niveauverschil op rekengebied. Een aantal goede rekenaars maakt een beperkt deel van de oefeningen uit de methode. Zij werken verder in het Plusboek van de methode of in Somplex. De middengroep volgt de methode en de zwakke rekenaars krijgen verlengde instructie en extra uitleg.

Mijn dilemma is het volgende: raken de zwakke rekenaars niet in de war, wanneer ze geconfronteerd worden met verschillende oplossingsstrategieën van de andere kinderen? Zou het voor zwakke rekenaars wellicht beter zijn om maar één oplossingsstrategie aan te leren? M.a.w. profiteren de zwakke rekenaars wel voldoende van het realistisch rekenonderwijs? De rekenmethode gaat maar door en waar is dat hele bouwwerk op gegrondvest? Voor sommige kinderen steunt dit op een wankel basis van hardnekkig op de vingers tellen en moeizaam rekenen. Het is logisch, dat kinderen een hekel krijgen aan rekenen, als het zoveel moeite kost. Kinderen lopen gedurende hun schoolloopbaan hoe langer hoe meer achterstand op. Mijn vraag is: hoe kunnen we deze toenemende achterstand stoppen en omkeren?

Het doel, dat ik met mijn onderzoek nastreef is:

hoe zorg ik ervoor, dat ik goed aansluit bij de onderwijsbehoeften van de zwakke rekenaars? Mijn onderzoeksvraag wil ik aan dit gebied koppelen.

1.2 Onderzoeksvraag

Hoe kan ik zwakke rekenaars ondersteunen bij de problemen die ze ondervinden in het realistisch rekenonderwijs?

De deelvragen, die ik heb geformuleerd zijn:

1. Wat zijn de principes van realistisch rekenonderwijs?
2. Welke principes van het realistisch rekenonderwijs veroorzaken problemen voor zwakke rekenaars?
3. Wat zijn de grootste problemen voor de zwakke rekenaars?
4. Wie zijn de zwakke rekenaars in mijn groep en op welk gebied vallen zij uit?
5. Hoe kan ik ervoor zorgen dat de zwakke rekenaars niet afhaken?
6. Hoe kan directe instructie de zwakke rekenaars helpen?

7. Op welke manier zouden aanpassingen aan de rekenmethode zwakke rekenaars kunnen helpen?
8. Kan het aanbieden van standaardalgoritmes de zwakke rekenaars helpen?
9. Waar hebben de collega's het meest behoefte aan in de begeleiding van zwakke rekenaars?

Om deze deelvragen te beantwoorden ga ik diverse bronnen raadplegen.

In het eerste deel van mijn onderzoek bestudeer ik de theorie. Ik wil me verdiepen in de geschiedenis en ontwikkeling van zowel het realistisch als het mechanistisch rekenonderwijs. Het doel dat ik hiermee nastreef, is dat ik een helder beeld wil krijgen welke aspecten in de didactiek van het rekenonderwijs problematisch zijn voor zwakke rekenaars. Dit doe ik door middel van literatuuronderzoek.

Vervolgens wil ik, eveneens door middel van literatuuronderzoek inzicht krijgen in de oorzaken, de diagnostiek en de behandeling van rekenproblemen. Het doel dat ik hiermee nastreef, is het volgende: ik wil onderzoeken hoe wetenschappelijke verklaringen en oplossingen het leerproces van zwakke rekenaars kunnen vergemakkelijken.

In het tweede deel doe ik onderzoek in de praktijk op de volgende onderdelen.

Pluspunt, de rekenmethode die op onze school gebruikt wordt, vormt het onderwerp van een methodestudie. Ik wil onderzoeken in hoeverre de rekenproblemen veroorzaakt kunnen worden door de opbouw van de methode. Zijn er oorzaken te vinden in de vormgeving van de leerlijnen of in het aanbod van de strategieën?

Wordt er genoeg aandacht besteed aan de begeleiding van zwakke rekenaars?

De onderwijsbehoefte van de zwakke rekenaars in mijn groep breng ik in kaart door middel van diagnostische gesprekken. Ik wil inzicht verwerven in het rekenniveau dat zij hebben en in de moeilijkheden die zij ondervinden. Met deze gegevens wil ik een remediërend rekenprogramma voor hen op te zetten met het doel om hun achterstand ten opzichte van de groep te verminderen.

Op mijn school wil ik door middel van een enquête onderzoeken hoe mijn collega's met zwakke rekenaars omgaan. Welke problemen ervaren zij in de begeleiding van de kinderen? Waar hebben zij behoefte aan?

In het laatste hoofdstuk bespreek ik de uitkomsten van mijn onderzoek, waarbij ik de theorie koppel aan de praktijk. Ik sluit af met in de praktijk bruikbare aanbevelingen.

1.3 Gegevens uit onderzoeken

Er zijn meerdere onderzoeken gedaan naar de invloeden van de didactiek en naar de problemen van zwakke rekenaars. In deze paragraaf geef ik hiervan een samenvatting.

Leren wordt vanaf de jaren zeventig van de vorige eeuw gezien als een proces van kennisconstructie. De reconstructiedidactiek van het realistisch rekenonderwijs past binnen deze theorie. D.m.v. eigen inbreng construeren kinderen zelf hun kennis en de leerkracht begeleidt hun in dit proces (Ruijsenaars e.a, 2004). Het realistisch rekenonderwijs stelt daarmee andere eisen aan de leerlingen dan het mechanistisch rekenonderwijs. Realistische contexten doen een beroep op de eigen inbreng van kinderen. Kinderen bedenken zelf strategieën om problemen op te lossen. De verschillende strategieën leiden ertoe, dat de kinderen begrijpen wat ze doen en dat het rekeninzicht van de kinderen op een hoger plan komt. (Gravemeijer, 1995). Het leren van wiskunde op de basisschool is aldus het begeleid heruitvinden van wat anderen al bedacht hebben (Oonk, van Zanten & Keijzer, 2007). Treffers (1975) noemt dit mathematiseren, waarbij horizontaal mathematiseren de wiskundige aanpak van een probleem betekent, terwijl verticaal mathematiseren verwijst naar de niveauverhoging en dus de formalisering van de wiskunde (Gravemeijer, 2005).

Het realistisch rekenonderwijs doet een beroep op een groot aantal vaardigheden van leerlingen, zoals leesvaardigheid, woordenschat, taalvaardigheid en luistervaardigheid. Verder wordt een beroep gedaan op het kortetermijngeheugen, het langetermijngeheugen en metacognitieve vaardigheden. Het kind moet kiezen tussen verschillende strategieën en zo kennis toepassen in diverse situaties (Milo & Ruijsenaars, 2003). Met name zwakke rekenaars lopen tegen problemen aan, zoals gebrek aan automatisering en strategiezwakke (Ruijsenaars, van Luit en van Lieshout, 2004).

Uit onderzoeken blijkt dat het rekenniveau op de basisschool te wensen overlaat. Daarom heeft de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW) in 2008 een onderzoek uitgevoerd naar het rekenonderwijs op de basisschool. Door het KNAW zijn drie conclusies getrokken, die van belang zijn voor mijn onderzoek naar zwakke rekenaars, namelijk:

- de leerling-prestaties hangen niet af van de rekendidactiek: de uitwerking van de didactiek en de interactie tussen leerling en leerkracht speelt een grotere rol dan de algemene rekendidactische principes
- meer onderwijstijd en meer aandacht voor rekenen leidt tot betere resultaten
- rekenzwakke kinderen zijn gebaat bij een sturende rol van de leraar en bij een minder vrije vorm van instructie (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

Omdat rekenen een leerproces is met een opbouw in complexiteit, zijn basisvaardigheden essentieel. Dit betekent dat een eenmaal aanwezige achterstand in de praktijk alleen maar groter wordt. Wanneer het kinderen niet lukt om een behoorlijke mate van automatisering bereiken, kunnen ze ook geen aandacht geven aan hogere-orde processen zoals het redeneren over de inhoud van de rekenproblemen (Gelderblom, 2007). Het automatiseren van de basisvaardigheden heeft in het realistisch rekenonderwijs minder aandacht gekregen, maar het is het fundament waarop de verdere rekenontwikkeling steunt. Zwakke rekenaars hebben meer oefening nodig om tot deze automatisering te komen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

In het realistisch rekenonderwijs hebben leerlingen de vrijheid om zelf te kiezen voor een strategie, maar het bespreken van verschillende oplossingsstrategieën is voor zwakke rekenaars verwarrend. Volgens Milo en Ruijsenaars (2003) is het aan te bevelen om deze kinderen één procedure aan te leren. Hun onderzoek in het SBO heeft uitgewezen, dat kinderen die de rijgstrategie aanleren de meeste leerwinst boeken. Ook het onderzoek van de Universiteit van Nijmegen door Timmermans (2005) toont aan dat zwakke rekenaars er baat bij hebben wanneer ze één strategie aanleren.

Volgens orthopedagogen is het belangrijk om bij de aanpak van rekenproblemen meer sturing aan te brengen in het onderwijs. Voor zeer zwakke rekenaars kan het zinvol zijn om keuzes te maken in het aanbod van leerstof. Het programma in de rekenmethode zit overvol en dit vormt een knelpunt voor de zwakke rekenaars. Het is wel van belang om de zwakke rekenaars bij de groep te houden (Gelderblom, 2008). Een groot aantal rekenvaardigheden wordt door zwakke rekenaars niet geautomatiseerd. Een ander probleem is dat deze leerlingen bepaalde oplossingsstrategieën

niet begrijpen. Daarom moeten de stappen in het oplossingsproces steeds weer herhaald worden (Compagnie-Rietberg, 1994).

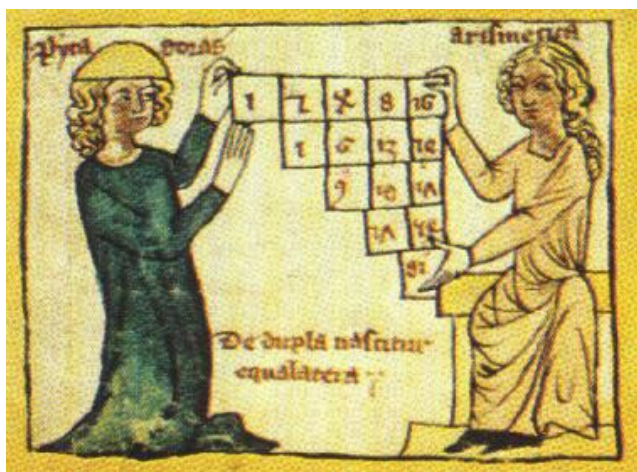
Het formele rekenen is de laatste stap in een ontwikkeling, die verloopt via informele kennis, modellen en het niveau van getalrelaties. Zwakke rekenaars hebben meer onderwijstijd nodig om dit niveau te bereiken. Wanneer de stap naar het formele rekenen te snel gezet wordt, kan de transfer niet plaatsvinden en groeit de achterstand ten opzichte van de klas (Boswinkel en Moerlands, 2001).

Onsystematische strategiekeuze en het gebrek aan geautomatiseerde kennis van de rekenfeiten vormen dus de grootste problemen voor zwakke rekenaars. Zij zijn daarom gebaat bij een sturende rol van de leraar en bij een minder vrije vorm van instructie, gecombineerd met extra rekentijd om te oefenen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

1.4 Doel van mijn onderzoek

In mijn onderzoek wil ik ten eerste nagaan of de problemen van de twee zwakke rekenaars in mijn groep overeen komen met de in de literatuur geschetste problemen. Klopt het dat de gesuggereerde oplossingen, zoals extra oefenen met automatiseren en het aanbieden van één oplossingsstrategie, de problemen van de leerlingen zouden kunnen oplossen. Voor hen hoop ik vooral ook te bereiken dat ze met meer zelfvertrouwen en plezier aan de rekenles meedoen.

Door het team van mijn school te betrekken, wil ik nagaan of zij dezelfde ervaringen en vragen hebben als ik. Mijn doel is om, indien dit zo is, een schoolbreed plan voor zwakke rekenaars op te zetten. Wanneer problemen wellicht blijken te ontstaan door de opbouw in de methode of de aangeboden strategieën, zouden we ervoor kunnen kiezen om aanpassingen te maken die al beginnen in groep 3. In de literatuur wordt immers bevestigd, dat zwakke rekenaars moeilijk van aangeleerde strategieën af komen, die later in het rekenproces voor problemen zorgen. Ik vind het belangrijk om hier een onderzoek naar te doen, omdat ik telkens weer de frustratie bij de zwakke rekenaars waarneem. Ook ben ik ervan overtuigd, dat aanpassingen in het rekenprogramma tot een substantiële verbetering kunnen leiden in de begeleiding van de zwakke rekenaar.



Rekenen met Romeinse cijfers: dat is vrijwel onmogelijk, dus werd de abacus als hulpmiddel gebruikt; dit leverde later een strijd op tussen mensen die voor arabische cijfers waren en de mensen die voor een abacus waren.

Hoofdstuk 2 Theorie

2.1 Geschiedenis en achtergronden van realistisch rekenonderwijs

2.1.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wil ik een overzicht geven van de ontwikkelingen die van belang zijn geweest voor het ontstaan van het realistisch rekenonderwijs. Om een goed beeld te krijgen van de didactiek zet ik de denkbeelden van het realistisch rekenonderwijs af tegen de denkbeelden van het mechanistisch rekenonderwijs. Tenslotte beschrijf ik de principes van het realistisch rekenonderwijs, met het doel een duidelijk beeld te krijgen welke vaardigheden de kinderen moeten verwerven.

2.1.2 Geschiedenis van het rekenonderwijs

In Nederland is het onderwijs tot ongeveer 1800 individueel geweest. Ieder kind in de klas volgde een eigen leerweg. De leerkracht moest erg veel praten, omdat elk kind apart instructie kreeg. Als reactie op deze onwerkbare situatie kwam er een overgang naar het klassikaal onderwijs. Ook hier praatte alleen de leraar. De kinderen hielden hun mond en deden wat hen opgedragen werd. Alle kinderen werkten op hetzelfde moment aan dezelfde leerstof.

In het begin van de 20^{ste} eeuw kwam er een terugkeer, tenminste in de vernieuwings-scholen, naar het individuele onderwijs. Kinderen mochten gaan werken op eigen

niveau en tempo. Maar nog altijd bleef het woord van de leraar het belangrijkste, nu weer in de begeleiding van individuele kinderen.

Het verschil tussen individueel en klassikaal onderwijs was niet zo groot als beweerd werd, want de inbreng van de kinderen bleef beperkt. Er was hierin geen sprake van interactie, noch tussen kinderen en leerkracht, noch tussen kinderen onderling. Een echte verandering kwam pas met het realistisch rekenonderwijs. (Nelissen, 1990).

Als reactie op het toen gangbare traditioneel rekenen is in de zeventiger jaren van de vorige eeuw in het reken- en wiskundeonderwijs een nieuw didactisch systeem ontstaan, dat getypeerd kan worden met het begrip 'interactief'. Er wordt van uitgegaan dat rekenen een menselijke activiteit is, die wortelt in het dagelijks leven en niet iets dat je leert uit een boekje. De juiste volgorde van denken gaat van reële probleemsituaties en structuren naar contextarme wiskundige probleemsituaties. Dit didactisch systeem is het realistisch rekenonderwijs.

2.1.3 Sociaalconstructivisme

De didactiek van het realistisch rekenen is gebaseerd op de filosofische stroming van het constructivisme. Het constructivisme vindt zijn wortels in het werk van Piaget, de Gestalt-psychologen Bartlett en Bruner, en in de onderwijsfilosofie van John Dewey.

Het traditionele onderwijs ging er van uit dat je kennis letterlijk aan de leerlingen kon overdragen. Kennis, bestaande uit feiten en geïsoleerde vaardigheden, werd op school aangeboden en moest door de lerende worden opgeslagen, van buiten geleerd. Het onderwijs vond plaats in een klassikale setting: alle leerlingen leerden op hetzelfde moment dezelfde leerstof. De leerkracht was de deskundige, die de leerstof aanbood en die de leerling moest beoordelen. De leerling was degene, die de kennis moest reproduceren. Toetsen dienden om de leerkracht te informeren en om de leerlingen op niveau te selecteren (van Aalst en Kok, 2005).

Het constructivisme heeft opvattingen, die hier lijnrecht tegenover staan. Kennis staat niet vast als objectief gegeven, dus "kennisoverdracht" is niet mogelijk. Leerlingen kunnen pas kennis opbouwen, wanneer ze deze kennis tot iets persoonlijks kunnen transformeren. Leerlingen leren door nieuwe informatie te verbinden aan wat ze al

weten: de voorkennis. Het verwerven van kennis is het resultaat van de constructieve denkactiviteiten van de leerlingen zelf. Het constructivisme benadrukt dus de actieve rol van de lerende bij het verwerven van kennis.

In de jaren tachtig van de vorige eeuw ontstond het sociaal constructivisme. Deze opvatting haakt aan bij de sociale cognitietheorie van Vygotski. Deze theorie stelt, dat cultuur de bepalende factor is van individuele ontwikkeling. Mensen kenmerken zich door het ontwikkelen van culturen en de ontwikkeling van een kind wordt beïnvloed door de cultuur, waarmee hij of zij is vergroeid. Ervaringen met het samen oplossen van problemen worden tot patronen en worden zo van de volwassene naar het kind overgebracht: leren is een sociaal gebeuren.

Het nieuwe leren, dat zijn ontstaan vindt in het sociaal constructivisme, ziet sociale interactie, communicatie en samenwerking als voorwaarden voor het verwerven van kennis. De sociale context bepaalt wat en hoe er wordt geleerd. Het samenwerken speelt een belangrijke rol voor de leerlingen, omdat dat hen dwingt actief te zijn. Bijvoorbeeld leerlingen vergelijken hun ideeën met die van anderen of zij leggen elkaar iets uit. Leerprocessen vinden dus plaats in interactie met de omgeving en de dialoog speelt in deze processen een belangrijke rol (van Aalst & Kok, 2005).

Kennis die los van elke concrete situatie en ervaring ontstaat, beklijft niet en is daardoor moeilijk toepasbaar. Het sociaal constructivisme voegt daarom toe dat kennis gebonden is aan een specifieke context. Voor het leren houdt dit in dat kennis geleerd moet worden in die context. Leren moet plaatsvinden in een relevante, authentieke omgeving, de rijke leeromgeving. Het leren moet worden opgeroepen door een probleem of een vraag, zodat de behoefte ontstaat om te leren. Het begrip 'transfer' is van groot belang. Kennis die al eerder verworven is, moet in nieuwe situaties toegepast kunnen worden en krijgt dan pas zijn betekenis.

Behalve over nieuwe vormen gaat het bij het nieuwe leren ook over nieuwe inhoud. Kinderen verwerven metacognitieve vaardigheden: zij leren om zelf hun leerproces te reguleren. Hiervoor moeten zij specifieke leer- en denkvaardigheden ontwikkelen. Kinderen leren om feedback te geven en te ontvangen. Feedback leidt tot reflectie en door middel van reflectie moet het proces van zelfsturing ondersteund worden en vorm krijgen (van Aalst & Kok, 2005).

De invloed van het sociaal constructivisme op het onderwijs heeft dus voor een groot aantal veranderingen gezorgd. Het onderwijs moet een omgeving bieden, waarin:

- leerlingen actief kunnen zijn en zelf leerstof kunnen verwerken
- leerlingen worden gestimuleerd en ondersteund bij het zelf construeren van kennis
- leerlingen samenwerken met medeleerlingen
- leerlingen coöperatief bezig zijn met het ontwikkelen van vaardigheden
- leerlingen communiceren met medeleerlingen en met de leerkracht.

De leerkracht is dus geen overdrager van kennis, maar begeleider van het leerproces van de leerlingen. Het leerstofaanbod moet betekenisvol zijn. Bij het leren gaat het om voortbouwen op reeds verworven kennis en competenties. Het leren vindt de hele dag door plaats. Het leren op school is verbonden met het leren in de wereld (van Aalst & Kok, 2005).

2.1.4 Mechanistisch rekenen versus realistisch rekenen

'Een boer brengt vijftig vogels naar de markt, ganzen, hennen, eenden, teilingen en kieviten. Hij vangt er vijf gulden voor. Hoeveel vogels van elke soort heeft hij verkocht als ze respectievelijk twaalf, acht, vijf, twee en één stuivers moeten opbrengen?'

In 1604 werd 'De Cijfferinge' uitgegeven, geschreven door schoolmeester Willem Bartjens. De leerlingen moesten zo snel en zo goed mogelijk leren rekenen en daarom werden in het boek van Bartjens de rekenprocedures aangeboden. De procedures werden ingeoefend door enorme hoeveelheden opgaven. Inzicht geven was er niet bij. De leerling moest stampen en trucjes leren toepassen. Totdat in 1834 in Nederland het metrieke stelsel werd ingevoerd, werd 'De Cijfferinge' gebruikt, maar feitelijk hield het rekenen "volgens Bartjens", het zogenaamde mechanistisch rekenen, stand tot in de jaren zeventig van de vorige eeuw. (Oonk, van Zanten & Keijzer, 2007)

In 1971 werd het Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO), het huidige Freudenthalinstituut, opgericht. Wiskobas, dat zich sinds 1967 bezig hield met het

verbeteren van rekenen op de basisschool, werd een afdeling van dit instituut. Het IOWO, waarvan prof. dr. Hans Freudenthal hoogleraar-directeur werd zette een onderwijsontwikkeling in gang, die het rekenonderwijs in Nederland zou omvormen. In het traditionele rekenonderwijs leerden kinderen vaste procedures, maar er waren nieuwe opvattingen ontstaan over het leren van kinderen en over het onderwijzen van rekenen. Freudenthal zette de afdeling Wiskobas op het spoor van het realistisch rekenonderwijs. Freudenthal wilde niet alleen de beleefde werkelijkheid van kinderen binnen het rekenonderwijs halen, maar hij wilde die rijke context van de realiteit ook als bron van het leren laten fungeren. Zo kreeg het inzichtelijke, betekenisvolle rekenen gaandeweg meer invloed (Treffers, 2005).

Bij het mechanistisch rekenen ligt het accent op het formele rekenen. De kinderen leren vaste regels aan, in principe één standaardalgoritme per bewerking. Volgens die vaste oplossingsmanieren worden kale, oftewel contextloze, sommen geoefend, dus “drill and practice”. Leren wordt gezien als een opeenstapeling van regels en kennis. De kinderen verwerven stap voor stap meer kennis en vaardigheden. De leerkracht heeft in de klas een sturende rol en bij de rekenles en de toetsen gaat het om het resultaat: het doel van het onderwijs is het beheersen van de leerstof.

Bij het realistisch rekenen ligt het accent op de realiteit. Door het werken met realistisch contexten wordt een beroep gedaan op de eigen inbreng van kinderen. Kinderen worden uitgedaagd om eigen strategieën te bedenken voor de problemen waarmee ze te maken krijgen. Het is de bedoeling dat de verschillende strategieën ertoe leiden, dat de kinderen begrijpen wat ze doen en dat hun rekeninzicht op een hoger plan komt. De leerkracht heeft een stimulerende en begeleidende rol en er vindt interactie plaats niet alleen tussen leerlingen, maar ook tussen leerlingen en leerkracht (Gravemeijer, 1995).

2.1.5 De didactiek van realistisch rekenen

Wat betekent realistisch rekenen en hoe ziet de didactiek er uit? Wat is de basis van het realistisch rekenen? Freudenthal sprak al in 1973 over wiskunde als menselijke activiteit. Hij zei dat wiskunde bij een kind begint als ‘common sense’. Wiskunde ontwikkelt zich spontaan. ‘Common’ kan geïnterpreteerd worden als de gemeen-

schappelijke, de interactieve context waarin rekenen-wiskunde wordt geleerd: kinderen leren samen rekenen. Met het woord 'sense' wordt verwezen naar betekenisvolle ervaringen die de basis vormen voor het leren rekenen. De kinderen moeten zelf het rekenen heruitvinden. Pas dan heeft de kennis een voedingsbodem en kan hij wortelen.

Maar onderwijs moet geen eenzame bezigheid zijn. Door de interactie met anderen kunnen kinderen op ideeën komen. De verschillende oplossingsstrategieën die geopperd worden -immers kinderen hebben verschillende eigen ervaringen en dus ook verschillende aanpakken- kunnen de medeleerlingen helpen om op een hoger plan te komen. Dus enerzijds mogen leerlingen hun eigen individuele werkwijze volgen en anderzijds is het belangrijk dat die verschillende werkwijzen onderwerp van gezamenlijke discussie zijn om niveauverhoging te bereiken: interactie is dus een voorwaarde.

Dat hogere niveau kan, in het voetspoor van Freudenthal, weer opnieuw worden gekarakteriseerd als 'common sense': dat is het geheel van nieuwe betekenisvolle handelingen, dat kinderen samen hebben verworven. Wanneer dit hogere formele niveau eerst betekenis heeft gekregen, is dit weer uitgangspunt voor het verdere leren. Daarom kan het leren van rekenen/wiskunde gezien worden als een cyclisch proces (Nelissen, 2000).

De didactiek van het realistisch rekenen vindt, zoals gezegd, zijn oorsprong in het sociaal constructivisme en kenmerkt zich door de nadruk op inzicht. Het doel is dat leerlingen concrete problemen oplossen met behulp van eigen strategieën en inzichten. Bij rekenen gaat het immers niet om een verzameling weetjes, maar om een menselijke activiteit die erop gericht is om rekenproblemen op te lossen die zich in alledaagse situaties voordoen (Freudenthal, 1973).

De realistische benadering gaat er van uit, dat kinderen formele wiskunde ontwikkelen door hun eigen informele wiskundige activiteiten te mathematiseren. Begeleid door de leerkracht en op het spoor gezet door de contextproblemen gaan kinderen op zoek naar oplossingen voor problemen. Het doel is dat formele wiskunde door de leerlingen niet anders wordt ervaren dan informele wiskunde. Het idee om

leren te zien als een proces van kennisconstructie is ook het idee achter realistisch rekenonderwijs. De didactiek achter realistisch rekenonderwijs wordt daarom ook wel reconstructiedidactiek genoemd: het leren van wiskunde (op de basisschool) betekent het begeleid heruitvinden van wat anderen al bedacht hebben (Oonk, van Zanten & Keijzer, 2007).

Voor deze activiteit heeft Treffers in 1975 de term mathematiseren geïntroduceerd. Hij onderscheidt horizontaal en verticaal mathematiseren. Horizontaal mathematiseren wil zeggen, dat de leerlingen een probleem met wiskundige middelen aanpakken, terwijl verticaal mathematiseren verwijst naar de niveauverhoging en dus de formalisering van de wiskunde (Gravemeijer, 2005).

De realistische benadering van reken-wiskundeonderwijs berust op vijf principes (Milo & Ruijsenaars, 2003):

1. construeren en concretiseren: het gebruik van contexten als basis voor een verkenning van de leerstof (par. 2.1.5.1.)
2. niveaus en modellen: het gebruiken, verkennen en ontwikkelen van modellen en schema's (par. 2.1.5.2.)
3. reflectie en eigen productie: het steunen op de eigen ideeën en aanpak van leerlingen en het uitgaan van hun eigen constructies en producties (par. 2.1.5.3.)
4. sociale context en interactie: interactief onderwijs waarin leerlingen geconfronteerd worden met de oplossingen van anderen en de diverse oplossingen bespreken en evalueren (par. 2.1.5.4.)
5. structureren en verstrengelen: het recht doen aan de samenhang tussen de verschillende leerstofgebieden (par. 2.1.5.5.)

2.1.5.1. Construeren en concretiseren

Het begrip context heeft twee betekenissen: context als motivatie en context als model.

De context als motivatie dient ertoe om de interesse van de kinderen op te wekken en te zorgen voor een verhoogde aandacht. Doordat contexten uit het dagelijks leven gedestilleerd worden, zijn de problemen betekenisvol. De kinderen worden

uitgedaagd om een probleem op te lossen en krijgen door de context steun voor de (reken)handelingen die zij moeten uitvoeren in de situatie die in de rekenopgave geschetst wordt. Wanneer leerlingen 'kale' sommen moeten maken, hebben ze nergens steun aan. Wanneer een probleem gefundeerd is in een realistische context, krijgt dit betekenis voor de leerlingen, zoals het verdelen van een pizza of een boottochtje dat betaald moet worden.

De definitie van context is: 'Een context is een voor kinderen aansprekende en in principe herkenbare situatie, die werkelijk maar ook fictief kan zijn en die bij de kinderen ervaringskennis, bijvoorbeeld op wiskundig gebied, oproept, welke de betekenisverlening aan het eigen handelen in die situatie ondersteunt' (Nelissen, 1990).

Met de context als model wordt een ander accent gelegd: de context moet wiskundige structuren bevatten. Deze structuren moeten de kinderen aanzetten tot een wiskundige analyse van het probleem en zo worden de kinderen uitgedaagd om de wiskunde opnieuw uit te vinden. Zo hebben zij een actieve rol in het proces van "geleid heruitvinden" (guided reinvention). Hierbij is niet het belangrijkste, dat kinderen zelfstandig uitvindingen doen, maar dat zij de uitkomsten van het heruitvinden ervaren als eigen kennis (Gravemeijer, 1995).

Goede contexten combineren motivatie en wiskundige structuur. Contextproblemen vormen een uitdaging en geven steun bij het bedenken en uitvoeren van rekenhandelingen. Door het verband dat er is met de eigen ervaring kan een kind een idee krijgen over de oplossingsmogelijkheid (Nelissen, Boswinkel & de Goeij, 2007).

Kinderen kunnen ook bij problemen die ze verderop in het rekenproces tegenkomen terugvallen op contexten. Bijvoorbeeld bij het verband tussen breuken en verhoudingen en daarna de procenten. Eerder verworven kennis kan dan ondersteuning bieden. Door het gebruik van contexten zal kennis sneller beklijven en doordat kinderen eigen vondsten kunnen toepassen en van de vondsten van andere kinderen kunnen profiteren, zal dit eerder leiden tot reflectie op eigen handelen (Nelissen, 2000).

De verschillende functies van contexten zijn:

- de *begripsvormende* functie: bij een nieuw onderwerp kunnen kinderen de kennis, waarover zij al beschikken, aanspreken om te proberen het probleem op te lossen
- de *zingevende* functie: deze heeft betrekking op het feit, dat de kinderen het contextprobleem kunnen herkennen uit hun eigen leefwereld of dat ze het kunnen vertalen naar een voor hen bekende situatie
- een context kan ook een *modelfunctie* hebben: de afstand tussen de eigen leefsituatie en de wiskundige werkelijkheid wordt dan door de context overbrugd
- het kan bij contexten gaan om het *toepassen en oefenen van vaardigheden*: de rekenstof is niet nieuw, maar de situaties wel
- tenslotte kan een context dienen als *ondersteuning* bij het oefenen van meer abstracte bewerkingen.

Het nadeel van het gebruik van contexten is dat het de aandacht kan afleiden van dat, wat de bedoeling is, namelijk het oplossen van een probleem. Tevens kan het zijn dat kinderen vast blijven zitten aan de context, waardoor begripsvorming op hoger niveau uitblijft (Nelissen, 2000).

Wanneer kinderen zwak zijn in begrijpend lezen kan het probleem optreden dat ze niet begrijpen wat ze nou eigenlijk moeten doen. De informatie die in de context staat, kan door kinderen niet naar de meer formele rekentaal vertaald worden. De taalvaardigheid speelt ook een rol bij het verwoorden van de gekozen oplossingsstrategie. Dus voor kinderen met een deficiëntie op dit gebied is het dubbel moeilijk (Vedder, 2001).

2.1.5.2. Niveaus en modellen

Modellen, schema's en symbolisering (verder "het model" genoemd) komen in het realistisch reken onderwijs voort uit de strategieën waarmee de leerlingen de wiskundige problemen aanpakken. Deze bottom-up benadering is het logisch gevolg

van het “geleid heruitvinden” en het model komt naar voren als ondersteuning van eigen informele oplossingsmanieren. Wanneer het proces van verticaal mathematiseren op gang komt, zal het model ontwikkelen naar een model voor wiskundig redeneren. Het model vervult een brugfunctie tussen de concrete situatie en de abstracte wiskunde. Wanneer de leerlingen het model niet meer nodig hebben, hebben zij het formele wiskundige niveau bereikt. Het geleid heruitvinden is niet het doel, maar het gaat om wiskunde als activiteit, met inzicht als eindresultaat (Gravemeijer, 1995).

2.1.5.3. Reflectie en eigen productie

De betrokkenheid van kinderen wordt verhoogd doordat aangesloten wordt bij hun eigen kennis en doordat wordt uitgegaan van hun eigen producties, bijvoorbeeld sommen die kinderen zelf maken voor klasgenoten.

Reflectie ontstaat doordat de kinderen zich bewust worden van hun manier van werken. Ze raken er aan gewend om in de klas te vertellen hoe ze een opgave oplossen en ze luisteren naar oplossingsstrategieën van andere kinderen. Zo kunnen ze leren hun eigen denkprocessen en werkwijzen te bekijken door de bril van hun medeleerlingen. Kritische discussie over elkaars werkwijze stimuleert het inzicht in de eigen werkwijze: de externe dialoog die met anderen wordt gevoerd, gaat over in een interne dialoog. Die dialoog voert het kind met zichzelf en dat noemen we reflectie (Nelissen, Boswinkel & de Goeij, 2007).

Het analyseren van een probleem of het nadenken over het handelen van een ander noemen we geen reflectie. Reflectie gaat puur om het eigen handelen. Door reflectie leren kinderen om zich kritisch op te stellen ten aanzien van zichzelf. Zo kunnen ze zelfstandiger worden en bouwen ze inzicht op in eigen denkprocessen en in eigen gedachten.

Er kunnen drie soorten van reflectie onderscheiden worden, namelijk:

- reflectie vooraf, dus als het ware het maken van een plan
- reflectie tijdens het werk, oftewel zelfcontrole
- reflectie achteraf.

Het belang van reflectie is groot, maar zinnig is dit pas in een betekenisvolle context, bijvoorbeeld bij het oplossen van wiskundige problemen. Zonder kennis over een bepaald gebied is reflectie niet goed mogelijk (Nelissen, Boswinkel & de Goeij, 2007).

2.1.5.4. Sociale context en interactie

In het realistisch rekenonderwijs wordt interactie op tweeërlei wijze toegepast: horizontale en verticale interactie. Horizontale interactie wil zeggen, dat er interactie plaatsvindt tussen leerlingen, dus hetzij in een kleine hetzij in de hele groep. Verticale interactie wil zeggen, dat er interactie plaatsvindt tussen leerkracht en leerlingen. Dit kan betekenen tussen leerkracht en een individuele leerling, tussen leerkracht en een kleine groep leerlingen en tussen leerkracht en de hele groep. Het begrip interactie behelst dus verschillende onderwijsactiviteiten (Treffers, 2005).

Wanneer de kinderen praten over hoe ze een bepaald probleem opgelost hebben, ontstaat de gelegenheid om van elkaar te leren. Kinderen leren om hun wiskundig handelen te verwoorden en wanneer zij een gemakkelijkere oplossingsstrategie van een ander begrijpen, kunnen ze deze ook zelf toepassen. Het is nodig dat zo'n interactief gesprek door de leerkracht in goede banen wordt geleid. Die moet ervoor zorgen, dat niet steeds dezelfde leerlingen het woord krijgen, dat de juiste vragen worden gesteld, dat het gesprek niet verzandt in vrijblijvend geklets en vooral dat reflectie ontstaat. Tijdens interactie kan de leerkracht ontdekken wat kinderen wel en niet begrijpen om vervolgens met doorvragen nog beter af te stemmen. Tijdens de uitwisseling staat de oplossingsstrategie centraal. Omdat een oplossingsstrategie niet goed of fout is, kun je tijdens interactie recht doen aan verschillen tussen kinderen (Nelissen, 1990).

Het leren kan zo een actief proces van elke leerling zijn. Interactief hoeft dus niet te betekenen, dat iedereen hetzelfde leert. Het betekent daarentegen dat er samen wordt geleerd. Het moet niet betekenen dat de slimste kinderen het hoogste woord hebben. Het betekent dat je van elkaar kunt leren en dat je elkaar met respect behandelt. Een bezwaar van sterk geïndividualiseerd onderwijs wordt hiermee overwonnen, namelijk dat met name zwakkere leerlingen geïsoleerd raken en

onvoldoende stimulans ervaren om een hoger niveau van rekenvaardigheid te bereiken (Nelissen & van Oers, 2000).

2.1.5.5. Structureren en verstrengelen

Leergangen uit verschillende domeinen worden met elkaar verbonden en nieuwe kennis krijgt een plek binnen de grotere samenhang van wiskunde en kan zo beter onthouden worden. Het doel van het rekenonderwijs is een samenhangend en toepasbaar geheel van kennis, inzichten en vaardigheden. De leergangen hebben veel dwarsverbanden.

Door het proces van progressief schematiseren worden de informele oplossingsstrategieën via materiële handelingen en handelingen met schema's verkort tot efficiënte oplossingsprocedures.

2.1.6 Vaardigheden van leerlingen

Het realistisch rekenonderwijs doet een beroep op een groot aantal vaardigheden van leerlingen. Het lezen van de contextopgaven doet een beroep op zowel leesvaardigheid als woordenschat. De informatie uit de context moet vertaald worden naar formele rekentaal. Vervolgens moet het kind kiezen voor de juiste oplossingsstrategie, waarbij het meerdere oplossingsstrategieën op moet kunnen roepen uit zijn langetermijngeheugen. Het kortetermijngeheugen speelt een rol, omdat tussenstappen bij het oplossen van het probleem beschikbaar moeten blijven, in termen van informatieverwerking: de monitorfunctie en het beschikken over metacognitieve vaardigheden. Bij het verwoorden van een strategie wordt een beroep gedaan op taalvaardigheid en bij het luisteren naar de strategie van een ander kind wordt een beroep gedaan op luistervaardigheid. Het kind moet kunnen wisselen tussen verschillende niveaus (concreet, mentaal en verbaal). Cognitieve capaciteiten spelen een rol bij het bespreken en evalueren van oplossingsstrategieën. Tenslotte moet verworven kennis gekoppeld worden aan reeds aanwezige kennis en dient transfer plaats te vinden: het kind kan de verworven kennis toepassen in diverse situaties (Milo & Ruijsenaars, 2003).

2.1.7 Samenvatting

Het traditionele onderwijs ging er van uit, dat je kennis, bestaande uit feiten en geïsoleerde vaardigheden, aan de leerlingen kon overdragen. Kennis was stapelbaar en moest door de leerlingen worden opgeslagen. De leerkracht was de deskundige, die d.m.v. toetsen controle uitoefende op het slagen van het proces. In het rekenonderwijs lag het accent op het formele rekenen. Kinderen leerden vaste regels aan en volgens die vaste oplossingsmanieren werden kale sommen geoefend.

In de vorige eeuw vond een omslag plaats. Er ontstonden nieuwe denkbeelden over hoe mensen leren. Kennis staat niet langer vast als objectief gegeven, maar kennis is het resultaat van de constructieve denkactiviteiten van de leerlingen zelf. Daarbij vormen interactie, communicatie en samenwerking voorwaarden voor het verwerven van kennis. De didactiek van het realistisch rekenen vindt zijn oorsprong in deze nieuwe kijk op leren. Rekenen is een menselijke activiteit. De volgorde van denken gaat van reële probleemsituaties en structuren naar contextarme wiskundige probleemsituaties. Er wordt een beroep gedaan op een groot aantal vaardigheden, zoals leesvaardigheid, woordenschat, concentratie, korte termijngeheugen, lange termijngeheugen, geautomatiseerde kennis en ga zo maar door.

In Nederland werken inmiddels bijna alle basisscholen met een realistisch rekenmethode. Maar is de didactiek van het realistisch rekenonderwijs wel geschikt voor alle kinderen? Scholen hebben te maken met zwakke rekenaars en het blijkt zo te zijn, dat een deel van de schoolverlaters zelfs nog moeite heeft met basisvaardigheden die zij eigenlijk halverwege de basisschool al zouden moeten beheersen.

Welke problemen ondervinden zwakke rekenaars eigenlijk in het rekenonderwijs? En in hoeverre hebben deze problemen te maken met de didactiek van het realistisch rekenen?

2.2 Zwakke rekenaars

2.2.1 Inleiding

Vanaf de jaren zeventig van de vorige eeuw veranderde het beeld van hoe mensen leren. Leren wordt gezien als een proces van kennisconstructie. De reconstructie-didactiek van het realistisch rekenonderwijs past in deze ontwikkeling. Het realistisch rekenonderwijs stelt andere eisen aan de leerlingen dan het mechanistisch

rekenonderwijs. Eigen inbreng en eigen constructies van kinderen staan centraal. De leerkracht begeleidt de kinderen, opdat zij inzicht en vaardigheden verwerven. Maar wat gebeurt er wanneer kinderen het niveau in de groep niet bij kunnen benen? In dit deel ga ik in op onderzoeken omtrent rekenen. Ik bekijk de diverse oorzaken van rekenproblemen. Verder besteed ik aandacht aan aspecten van het realistisch rekenonderwijs die voor problemen zorgen voor zwakke rekenaars. Ik ga in op automatisering en strategiekeuze, beide struikelblokken voor zwakke rekenaars. Tenslotte beschrijf ik de onderwijsbehoefte van zwakke rekenaars.

2.2.2 Onderzoeken naar het rekenniveau op de basisschool

In 2008 heeft de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW) een onderzoek uitgevoerd naar het rekenonderwijs op de basisschool. Aanleiding was de ontstane maatschappelijke zorg over de kwaliteit van het rekenonderwijs. Voor- en tegenstanders van het realistisch rekenonderwijs discussiëren op de opiniepagina's van gerenommeerde kranten en haast iedereen heeft een mening over het rekenen op de basisschool.

Een van de vragen, die onderzocht is, is hoe de wetenschap een bijdrage kan leveren aan de discussie over onderwijsmethoden. Zijn er wetenschappelijke gegevens omtrent de rekendidactieken en zijn er gegevens waarop scholen hun keuze voor een rekenmethode kunnen baseren? M.a.w. hoe kunnen scholen profiteren van de uitkomsten uit dit onderzoek?

Uit het onderzoek zijn drie hoofdconclusies gekomen:

1. de zorg over het rekenonderwijs is op zijn plaats: Nederland dreigt zijn sterke internationale positie te verliezen en het is dus noodzakelijk, dat het rekenpeil omhoog gaat
2. er is geen overtuigend verschil aangetoond tussen de traditionele en realistische rekendidactiek: binnen een bepaalde rekendidactiek bestaan vaak grotere verschillen in de prestaties van leerlingen dan tussen rekendidactieken
3. de sleutel tot verbetering van de rekenvaardigheid ligt in het niveau van de leraar (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

Aanvullende punten van de KNAW, van belang voor mijn onderzoek naar zwakke rekenaars zijn:

- de leerlingprestaties hangen niet af van de rekendidactiek: de uitwerking van de didactiek en de interactie tussen leerling en leerkracht speelt een grotere rol dan de algemene rekendidactische principes
- meer onderwijstijd en meer aandacht voor rekenen leidt tot betere resultaten
- rekenzwakke kinderen zijn gebaat bij een sturende rol van de leraar en bij een minder vrije vorm van instructie (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

In opdracht van het ministerie van OCW wordt in het basisonderwijs en in het speciaal onderwijs sinds 1986 elke 4 jaar de periodieke peiling van het onderwijsniveau (PPON) uitgevoerd. Een van de onderzochte leerstofgebieden is rekenen. In de laatste peiling in 2003/2004 heeft zich een aantal veranderingen voorgedaan, met name:

- op het gebied van getallen, getalrelaties en schattend rekenen zijn de prestaties sterk vooruitgegaan
- op het gebied van hoofdrekenend optellen en aftrekken en procenten is er een matig grote verbetering
- op het gebied van alle bewerkingen, dus optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen, vroeger cijferend rekenen genoemd zijn de prestaties sterk achteruit gegaan (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

Ook bij de TIMSS (Trends in international mathematics and science study), een periodiek internationaal vergelijkend onderzoek naar o.a. mathematics in groep 6, is een daling te zien in de toetsprestaties van de Nederlandse leerlingen. Weliswaar is de afname van 2007 niet significant ten opzichte van 2003, maar in 2007 én 2003 is de afname wel significant ten opzichte van 1995.

Samengevat kunnen we dus stellen, dat de rekenvaardigheid van de leerlingen te wensen over laat. Sterker nog: in het Onderwijsverslag 2006-2007 (mei 2008)

sprekt de Inspectie haar zorg uit over het groeiend aantal leerlingen van wie de basisvaardigheden ontoereikend is om in onze samenleving te kunnen functioneren. Het gaat hier niet om af en toe een slecht jaar, maar om structurele problemen in het onderwijs (Gelderblom, 2008).

2.2.3 Rekenproblemen

Om inzicht te krijgen in rekenproblemen is het zinnig om uit te gaan van een definitie van rekenen:

Rekenen is een proces waarin een realiteit (of een abstractie daarvan) wordt geordend of herordend met behulp van op inzicht berustende denkhandelingen welke ordening in principe is te kwantificeren en die toelaat om er (logische) operaties op uit te voeren dan wel uit af te leiden (Ruijsenaars, 1992).

Rekenen is een actief proces. Door middel van denkhandelingen wordt een ordening op logische wijze getransformeerd in een of meer nieuwe ordeningen. Rekenen is ook een proces van probleem oplossen en informatie verwerken. Het is een leerproces waarin de oplossing van een probleem leidt tot meer inzicht en vaardigheden. Dit proces wordt steeds complexer (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

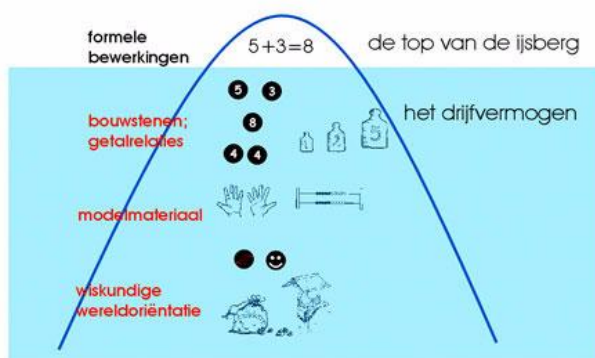
Rekenproblemen kunnen door verschillende oorzaken ontstaan. In veel gevallen is er sprake van een samenspel van factoren, die in combinatie de rekenproblemen tot gevolg hebben. Problemen kunnen ontstaan door het rekenproces, bijvoorbeeld in het uitvoeren van denkhandelingen, in de informatieverwerking of in het proces van probleem oplossen. Problemen kunnen te maken hebben met het rekenen en de rekentaal, bijvoorbeeld met het leren tellen of met het vlot omgaan met rekenfeiten. Problemen kunnen te maken hebben met een gebrek aan inzicht en logisch denken. Verder kunnen affectieve factoren een rol spelen, zoals beperkte leerbaarheid en faalangst. Tot slot spelen factoren behorend tot de leeromgeving, zoals de rekenmethode of de didactische bekwaamheid van de leerkracht een belangrijke rol (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Er is een verschil tussen rekenproblemen en rekenstoornissen. Rekenproblemen horen als het ware bij het leren rekenen. Kinderen ontwikkelen al rekenend hun getalbegrip. Hun inzicht en hun vaardigheden nemen toe en zo verdwijnen sommige problemen. Wanneer de problemen niet verdwijnen groeit de achterstand ten opzichte van de klas. Het automatiseren van rekenfeiten en strategiezwakte zorgen voor de grootste problemen bij zwakke rekenaars (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

2.2.4 Zwakke rekenaars en realistisch rekenen

In Nederland werken inmiddels bijna alle basisscholen met een realistisch rekenmethode. Scholen hebben te maken met zwakke rekenaars en het blijkt dat een deel van de schoolverlaters zelfs nog moeite heeft met basisvaardigheden die zij eigenlijk halverwege de basisschool al zouden moeten beheersen. Welke aspecten van de didactiek van het realistisch rekenonderwijs zijn problematisch voor zwakke rekenaars?

In het realistisch rekenonderwijs dienen contexten ertoe om informele oplossingen uit te lokken, die vervolgens als basis voor het rekenonderwijs kunnen dienen. Op natuurlijke wijze vindt het kind de oplossing. Zo biedt het gebruik van de context steun aan de kinderen. Om de overgang te bewerkstelligen van context via schema naar formele som is een proces nodig waarbij de kinderen langzaam loskomen van de context. Het is nodig om het formele rekenen grondig voor te bereiden, cf. de metafoor van de ijsberg, die ontwikkeld is binnen het project “Speciaal Rekenen” (Boswinkel & Moerlands, 2001).



De ijsbergmetafoor

Volgens de ijsbergmetafoor berust het formele rekenen op drie niveaus:

1. de wiskundige wereldoriëntatie of de informele wiskundige kennis: kinderen maken binnen een inleefbare situatie kennis met getallen en bewerkingen
2. het niveau van de modelmaterialen: kinderen maken kennis met materialen, die de concrete werkelijkheid symboliseren, zoals het rekenrek of de getallenlijn. Modelmaterialen worden gebruikt om structuur aan te brengen
3. het bouwsteenniveau of het niveau van de getalrelaties. Op dit niveau kan er niet meer met eenheden worden gerekend, omdat de hoeveelheden niet meer een voor een telbaar zijn. Dit niveau is tevens het niveau van de getalrelaties en het zien van een getal als een samenstelling van andere getallen.

Deze eerste drie niveaus noemen Boswinkel en Moerlands het drijfvermogen.

Kinderen leren alles over getallen en bewerkingen, behalve het formeel opereren.

Het laatste niveau kan pas bereikt worden wanneer de eerste drie niveaus voldoende drijfvermogen bieden, nl.:

4. het niveau van de formele sommen

Een context roept dus een oplossingsmanier op en het kind vindt de oplossing. Het rekenonderwijs bouwt hierop voort en meer abstracte, symbolische en efficiënte oplossingsmanieren worden bereikt: dit is het proces van progressief schematiseren. Modellen en schema's structureren zo een getalsdomein voor of werken toe naar een bepaalde oplossingsstrategie. Deze extra structurering kan voor zwakke rekenaars een steuntje in de rug vormen. Maar hier kan ook een probleem ontstaan: bij de overgang naar het formele rekenen moet de transfer plaatsvinden. En aangezien zwakke rekenaars meer tijd nodig hebben dan gemiddelde rekenaars om op een bepaald niveau te komen, zal de stap naar het formele rekenen wellicht gezet worden als de zwakke rekenaar er nog niet aan toe is (Boswinkel & Moerlands, 2001).

Het gebruik van contexten kan voor het volgende probleem zorgen: de informatie die in de context geboden wordt, moet omgezet worden naar formele rekentaal, want het realistisch weergegeven probleem moet een rekenkundig probleem worden.

Daarvoor moeten de leerlingen over een goede leesvaardigheid en over een

voldoende woordenschat bezitten. Kinderen moeten taalvaardig zijn, niet alleen om mee te kunnen praten over de gecontextualiseerde rekenproblemen, maar ook om de verschillende strategieën, die door klasgenoten geopperd worden, te kunnen begrijpen, vergelijken en evalueren. Maar gesprekken in de grote groep, waarbij over rekenproblemen gepraat wordt, bieden volop ontsnappingsmogelijkheden. Het is voor zwakke rekenaars extra moeilijk om het gesprek te blijven volgen. Interactie in kleine groepjes, waarbij elk kind actief betrokken wordt, biedt daarentegen wel perspectief (Brouwer, 2001).

In het realistisch rekenonderwijs wordt een actieve rol van de leerling verwacht in zijn eigen leerproces. Door het aanbieden van betekenisvolle contexten en opgaven worden kinderen uitgedaagd om samen met klasgenoten nieuwe kennis te ontdekken. Maar hoe kan die zwakke rekenaar van deze zaken profiteren als het niveauverschil tussen de kinderen (te) groot is? (Vedder, 2001).

2.2.5 Zwakke rekenaars en automatisering

Zwakke rekenaars blijven vaak hardnekkig op hun vingers tellen. Bij moeilijkere sommen neemt de telstrategie te veel tijd in beslag en is het risico op fouten groot. Het gebrek aan automatisering van basisvaardigheden lijkt zo een van de belangrijkste problemen te zijn van kinderen met rekenproblemen. Hoe meer moeite een kind moet doen voor het uitrekenen van eenvoudige sommen, hoe minder capaciteit het werkgeheugen beschikbaar heeft voor het verwerken van, overdenken van en redeneren met gegeven informatie. Als een leerkracht een probleem bespreekt en het kind heeft geen automatische toegang tot feiten, zoals dat 32 acht meer is dan 24 en dat 5×7 35 is, dan kan het gebeuren, dat het kind de discussie in de klas over het onderwerp nauwelijks of niet kan volgen.

Geleidelijk moeten de rekenfeiten opgeslagen worden in het geheugen en hieruit moeten ze direct oproepbaar zijn. Onderzoek heeft uitgewezen dat kinderen met rekenproblemen beschikken over een beperktere capaciteit van het werkgeheugen dan kinderen zonder rekenproblemen. Het automatiseringsproces verloopt daardoor vertraagd. Zwakke rekenaars hebben meer oefening nodig om tot automatisering te komen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Het automatiseren van de basisvaardigheden heeft in het realistisch rekenonderwijs minder aandacht gekregen, maar het is het fundament waarop de verdere rekenontwikkeling steunt. Wanneer een kind niet tot automatisering komt, bouwt het geen getalbegrip op en ziet het de relaties tussen getallen en bewerkingen niet.

Het doel van realistisch rekenonderwijs is met inzicht leren rekenen, maar ook daarvoor vormt automatisering een basisvoorwaarde. Als kinderen een behoorlijke mate van automatisering bereiken, kunnen ze ook meer aandacht geven aan hogere-orde processen zoals het redeneren over de inhoud van de rekenproblemen (Gelderblom, 2007).

2.2.6 Zwakke rekenaars en strategiekeuze

Door het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen is het TAL-project geïnitieerd. In dit project zijn leerlijnen en tussendoelen ontwikkeld voor het rekenonderwijs op de basisschool. Volgens de Tal-leerlijnen (2001) dient tot en met groep 5 al het rekenen hoofdrekenen te zijn. Meerdere strategieën: rijgen, splitsen en handig rekenen komen aan bod. Er is echter een groep kinderen die het hoofdrekenen niet goed onder de knie krijgt, want hiervoor moeten kinderen de sommen tot twintig geautomatiseerd hebben. Ook is het nodig dat de kinderen over het tiental kunnen springen, want als het niet lukt om $8+6=8+2+4$ uit te voeren, blijft $58+36$ helemaal een brug te ver. De vrijheid om zelf te kiezen voor een strategie en het bespreken van verschillende oplossingsstrategieën is voor zwakke rekenaars verwarrend. Volgens Milo en Ruijsenaars is het aan te bevelen om deze kinderen één procedure aan te leren. Hun onderzoek in het SBO heeft uitgewezen dat kinderen die oefenen met het rijgen de meeste leerwinst boeken (Milo & Ruijsenaars, 2003).

Het werkgeheugen wordt tijdens het hoofdrekenen sterk belast. De sommen kunnen op verschillende manieren opgelost worden en hierbij moeten de tussenstappen onthouden worden. Een belangrijk verschil tussen de splits- en de rijgstrategie is het aantal stappen in het oplossingsproces. De rijgstrategie is de meest veilige manier, omdat bij deze strategie de kinderen de minste tussenstappen hoeven te onthouden. Hoe langer tussentijdse antwoorden immers in het werkgeheugen beschikbaar

moeten blijven, hoe meer kans op verlies van informatie. In de praktijk hebben kinderen de voorkeur om te kiezen voor het splitsen bij het oplossen van de sommen tot 100, maar zo ontstaan bij de minsommen de procedurefouten (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Leerachterstanden zijn dus deels te verklaren uit strategiezwakke. Het probleem begint met een onvolledige of foutieve oriëntatie op de rekentaak. Vervolgens leidt dit tot een verkeerde aanpak, waarbij kinderen ook nog de keuze hebben tussen verschillende oplossingsstrategieën. Het omgaan met al die strategieën veroorzaakt problemen voor deze leerlingen, omdat zij onvoldoende kunnen reflecteren op de gekozen oplossingsmethoden. Je ziet vaak, dat deze kinderen een onsystematische strategiekeuze hanteren. Daarom zou het beter zijn, om een grotere nadruk te leggen op strategieën, die de voorkeur genieten (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Het zelf bedenken van oplossingen kost de zwakke rekenaars veel moeite. Daarbij lopen ze het risico dat ze in eerste instantie kiezen voor een omslachtige strategie, of voor een strategie, die verderop in het rekenproces voor problemen zal zorgen, zoals de splitsstrategie bij de minsommen tot 100. Wanneer naderhand een betere strategie wordt besproken, blijven zwakke rekenaars vaak aan hun eigen strategie vasthouden (Milo & Ruijsenaars, 2003). Ook het onderzoek van de Universiteit van Nijmegen door Timmermans (2005) toont aan dat zwakke rekenaars er baat bij hebben wanneer ze één strategie aanleren. Dit voorkomt dat ze in de war raken.

2.2.7 Onderwijsbehoeften zwakke rekenaars

In klassen wordt het niveauverschil tussen de kinderen vaak opgevangen door gedifferentieerd les te geven. De zwakke rekenaars krijgen verlengde instructie, maken minder opgaven, krijgen RT ter ondersteuning, oefenen extra op de computer om het automatiseren onder de knie te krijgen. Het feit blijft dat het voor hun moeilijk is om de groep bij te blijven houden. Zwakke rekenaars hebben namelijk extra tijd nodig om te oefenen. En aangezien het rekenen een vakgebied is waarbij de ene vaardigheid voortbouwt op een vorige, wordt de kans steeds groter dat een eenmaal aanwezige achterstand groter zal worden. Wanneer bouwstenen ontbreken of onvoldoende aanwezig zijn, wordt het gebouw wankel (Gelderblom, 2008).

Volgens orthopedagogen is het belangrijk om bij de behandeling van rekenproblemen meer sturing aan te brengen in het onderwijs. Voor zeer zwakke rekenaars kan het zelfs zinvol zijn om keuzes te maken wat betreft de leerstof, want het overvolle programma in de rekenmethode vormt een knelpunt voor deze kinderen. In de meeste methoden worden de minimumdoelen aangegeven, die de leidraad vormen voor het aanbod. Er zijn ook programma's op de markt gebracht die de leerkracht wegwijs maken om het rekenaanbod gefundeerd te beperken. Zwakke rekenaars hebben meer instructie en ook meer oefentijd nodig om dezelfde doelen te halen als de andere kinderen. Soms wordt ervoor gekozen om zwakke rekenaars een eigen leerlijn te laten volgen, maar wanneer de aansluiting bij de groep wordt losgelaten, zal de achterstand alleen maar groter worden (Gelderblom, 2008).

Zwakke rekenaars zijn bij het aanleren van rekenvaardigheden, zowel bij de technische kant daarvan als bij de toepassingen, gebaat bij een duidelijke structurering van de fasen die in het oplossingsproces aan de orde komen. Het is nodig om nieuw verworven kennis en nieuwe strategieën te blijven herhalen. Omdat het voor zwakke rekenaars moeilijk is om zelfstandig relaties te leggen tussen geleerde rekenvaardigheden en toepassingen in de praktijk, zou in het onderwijs aan deze leerlingen de nadruk moeten liggen op het aanleren van vaardigheden gekoppeld aan de toepassingsproblemen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004). Daarbij moeten steeds weer opnieuw de stappen in het oplossingsproces herhaald worden. Het onderwijzen van een strategie betreffende één soort taak betekent namelijk niet dat zwakke rekenaars deze strategie weten te gebruiken bij eenzelfde soort taak, laat staan bij andere taken. Een groot aantal rekenvaardigheden wordt door zwakke rekenaars niet geautomatiseerd en een groot probleem is dat de leerlingen bepaalde oplossingsprocessen niet begrijpen. Het is daarom noodzakelijk zwakke rekenaars de opbouw van de oplossingen duidelijk te maken (Compagnie-Rietberg, 1994).

Dan nog een belangrijk punt: succeservaringen op school spelen een grote rol bij de vorming van het zelfbeeld, het competentiegevoel en de motivatie van het kind. Hier kan de leerkracht een grote rol spelen. Interactie en positieve ondersteuning kunnen er toe leiden dat het kind zich als een zelfstandige oplosser van problemen ziet

2.2.8 Samenvatting en conclusies

Van een groeiend aantal leerlingen zijn de basisvaardigheden op rekengebied onvoldoende. De prestaties van de leerlingen hangen niet direct af van de didactiek: de interactie tussen leerkracht en leerling speelt een grotere rol. Maar bepaalde aspecten van de interactieve didactiek van het realistisch rekenonderwijs doen wel degelijk een beroep op vaardigheden waar zwakke rekenaars problemen mee hebben, zoals woordenschat, lees- en luistervaardigheid, metacognitie, etc. Zij zijn daarom gebaat bij directe instructie, waarbij hun strategieën worden aangeleerd. Het gebrek aan geautomatiseerde kennis van de rekenfeiten heeft een negatieve invloed op de rekenontwikkeling.

Het formele rekenen is de laatste stap in een ontwikkeling, die verloopt via informele kennis, modellen en het niveau van getalrelaties. Zwakke rekenaars hebben meer onderwijstijd nodig om dit niveau te bereiken. Wanneer de stap naar het formele rekenen te snel gezet wordt, kan de transfer niet plaatsvinden en groeit de achterstand ten opzichte van de klas.

Zwakke rekenaars hebben meer tijd nodig en lijken meer houvast te hebben aan standaardprocedures. De vraag die dan opkomt is: staat het bieden van structuur aan rekenzwakke kinderen niet op gespannen voet met de leerprincipes van het realistisch rekenen? En is het wel zo dat het aanleren van standaardalgoritmes problemen van zwakke rekenaars zal oplossen?



In de late Middeleeuwen rekende men nog niet met Arabische cijfers zoals nu, maar nog steeds met Romeinse cijfers. Wanneer een handelaar of boekhouder optel- en aftreksommen moest maken gebruikte hij daarvoor een telbord met rekenpenningen.

Hoofdstuk 3 Verantwoording onderzoeksmethoden

3.1 Inleiding

Over het antwoord op mijn onderzoeksvraag: “Hoe kan ik zwakke rekenaars ondersteunen bij de problemen die ze ondervinden in het realistisch rekenonderwijs?” heb ik in de literatuur een aantal belangrijke aanwijzingen gevonden, zoals vermeld in hoofdstuk 2. Maar na bestudering van de literatuur wilde ik onderzoeken in hoeverre de genoemde problemen en oplossingen overeen komen met bevindingen uit de praktijk. In dit hoofdstuk is te lezen hoe ik dit onderzoek heb uitgevoerd.

3.2 Verantwoording

Het praktijkonderzoek heb ik uitgevoerd op een Jenaplanbasisschool in Nijmegen. Omdat ik instructie rekenen geef aan groep 5, heb ik mijn onderzoek toegespitst op het rekenen in deze groep.

In een onderzoek is triangulatie van belang om objectiever naar het probleem te kijken en om de betrouwbaarheid van de resultaten te waarborgen. Ik heb hieraan in mijn onderzoek vorm gegeven, door vanuit vier perspectieven de begeleiding van zwakke rekenaars te onderzoeken. Allereerst heb ik de theorie bestudeerd. De rekenmethode Pluspunt heb ik onderzocht met name vanuit de onderwijsbehoefte van zwakke rekenaars. Met twee zwakke rekenaars uit mijn groep heb ik, na een uitvoerige diagnose, een zelf opgezet rekenprogramma uitgevoerd. Op mijn school heb ik mijn collega's geënuquêteerd om duidelijk te krijgen, waar hun problemen

liggen in de begeleiding van zwakke rekenaars. Om de anonimiteit te waarborgen heb ik voor de twee leerlingen uit mijn groep gefingeerde namen gebruikt.

3.3 De onderzoeksinstrumenten

3.3.1 De rekenmethode Pluspunt

Vanuit de literatuur bleek dat de grootste problemen voor zwakke rekenaars op het vlak van de automatisering van basisvaardigheden en op het vlak van de strategiekeuze liggen. Voor mijn onderzoek heb ik daarom de methode Pluspunt gescreend op deze twee onderdelen. Ik wilde onderzoeken of de rekenproblemen veroorzaakt zouden kunnen worden door de opbouw van de methode. Ik heb onderzocht hoe het automatiseren aan bod komt in de methode en welke strategieën in jaargroep 5 aan de leerlingen worden aangeboden. Ik heb gekeken of er verschil is tussen de benadering van goede, gemiddelde en zwakke rekenaars, m.a.w. hoe vindt differentiatie plaats in de methode. Verder heb ik de methode bekeken op de specifieke aanwijzingen voor de begeleiding van zwakke rekenaars. Tot slot heb ik bekeken hoe de leerkrachten ondersteund worden in het nagaan of de minimumdoelen behaald worden. Op welke wijze biedt de methode handreikingen voor het bieden van hulp wanneer een achterstand geconstateerd is? De bevindingen uit dit onderzoek heb ik beschreven.

3.3.2 Zwakke rekenaars in groep 5

Twee leerlingen, die al sinds de onderbouw rekenproblemen hebben en die al veel extra ondersteuning hebben gehad in de vorm van RT, heb ik uitgebreid onderzocht op rekengebied. Ik heb allereerst de toetsgegevens van de methodegebonden toetsen en de toetsgegevens van de Citotoetsen bekeken. Daarna heb ik het diagnostisch gesprek van Maatwerk (bijlage 1) met beide meisjes gedaan. Ik heb voor Maatwerk gekozen, omdat de opgaven van het rekenen tot 100 overzichtelijk zijn. Ook de bouwstenen van het optellen en aftrekken tot 100 hebben een duidelijke structuur. Bij dit diagnostisch gesprek heb ik opgaven toegevoegd, omdat beide meisjes de sommen tot 20 (en zelfs ook tot 10) niet geautomatiseerd hadden.

Voor deze leerlingen heb ik op basis van mijn bevindingen een apart programma opgezet. Ik heb deze meisjes gekozen, omdat het twijfelachtig is of zij wat rekenen betreft bij de groep kunnen blijven. In het rekenprogramma, dat ik met hun heb uitgevoerd lag de nadruk op automatiseren en het aanbieden van vaste oplossingsstrategieën, namelijk de rijgstrategie voor het rekenen tot 100 en het cijferen voor het rekenen tot 1000. Ik wilde onderzoeken of een apart programma, waarbij de kinderen hulp kregen los van het reguliere programma, hen een stap vooruit zou kunnen helpen.

Nadat ik dit rekenprogramma met de twee kinderen had uitgevoerd, heb ik om de effecten na te gaan de kinderen twee toetsen laten doen, een over de sommen tot 100 en de andere over de sommen tot 1000. Op deze wijze wilde ik de effecten van het programma duidelijk maken.

3.3.3 Enquête

Op mijn school heb ik door middel van een enquête (bijlage 2) onderzocht hoe mijn collega's met zwakke rekenaars omgaan. Welke problemen ervaren zij in de begeleiding van de kinderen? Waar hebben zij behoefte aan? Met de resultaten van de enquête wil ik adviezen en werkwijzen ontwikkelen, zoals tijdige signalering en een eventuele aanpassing van de methode, zodat er op onze school een betere afstemming komt tussen de diverse groepen en zodat de zwakke rekenaars beter begeleid worden met rekenen. De enquête heb ik digitaal aangeleverd en hij kon digitaal ingevuld worden. De collega's konden de enquête natuurlijk ook uitprinten en invullen.

De enquête bestaat uit twee delen. Deel 1 bestaat uit een aantal meerkeuzevragen en twee open vragen. Met deze vragen wil ik een beeld krijgen over o.a. het klassenmanagement, de differentiatie en de zorg voor zwakke rekenaars. In deel 2 worden een aantal stellingen geponeerd, waarmee ik de mening van de collega's pols over de gewenste aanpak van de problemen van zwakke rekenaars.

Omdat het aantal enquêtes beperkt is (het gaat op onze school over zes instructiegroepen) heb ik ervoor gekozen om de uitkomsten uit deze enquête niet statistisch te bewerken maar te beschrijven. Het aantal is immers te beperkt om tot statistisch betrouwbare uitspraken te komen.



Abstract rekenen met moderne cijfers doen we nog geen vijfhonderd jaar. Pas in de zestiende eeuw werden Romeinse cijfers verdrongen door Arabische en was het tellen met een telraam ouderwets. Hier een middeleeuwse voorstelling van de 'overstap' die de wiskunde toen maakte.

Hoofdstuk 4 Praktijk

4.1 Methodestudie rekenmethode Pluspunt

4.1.1 Inleiding

In deze paragraaf wil ik de realistische rekenmethode Pluspunt onderzoeken. Allereerst bekijk ik de opzet van de methode. Hoe hebben de methodemakers de leerlijnen vormgegeven? Welke strategieën worden er onder de aandacht gebracht? Op welke wijze biedt de methode hulp aan zwakke rekenaars? Ik heb gekozen voor de stof van groep 5, omdat de twee meisjes die ik onderzocht heb in groep 5 zitten. Hierbij kijk ik vooral naar het aanbod van de verschillende oplossingsstrategieën en naar het automatiseren, omdat deze onderwerpen de belangrijkste oorzaken vormen van de problemen van zwakke rekenaars (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

4.1.2 Opzet methode

De leerstof van Pluspunt bestaat per leerjaar uit 12 blokken van 15 lessen. Uitgangspunt voor de leerstof in een blok is een thema. De contexten zijn gebaseerd op de situaties en problemen die zich bij dat thema voor kunnen doen. Voorbeelden van thema's zijn een schoolreisje, een verhuizing, spelletjes, etc. De contexten sluiten

aan bij de belevingswereld van kinderen en worden aantrekkelijk gepresenteerd. Vooral de foto's dragen bij aan het realiteitsgehalte. De tekeningen zijn grappig en kinderen kunnen zich met de getekende figuurtjes identificeren. De foto's en tekeningen dienen als aanknopingspunt voor gesprekken.

Elk blok van 15 lessen heeft dezelfde opbouw. Les 1, 3, 6, 8, 11 en 13 zijn de leerkrachtgebonden lessen, waarin instructie en interactie plaatsvindt. Les 2, 4, 5, 7, 9, 10, 14 en 15 zijn de lessen, waarin kinderen zelfstandig werken. Les 12 is de toets. Met name in de leerkrachtgebonden lessen ligt de nadruk op het naar boven halen van verschillende strategieën en oplossingsniveaus. Hierbij worden al van tevoren verschillende mogelijkheden geopperd, die door de kinderen aangedragen kunnen worden en deze worden vergeleken. Bij de leerkrachtgebonden lessen komen meestal drie verschillende onderdelen aan bod, bijvoorbeeld meten, de digitale klok en deelsommen. Bij de lessen zelfstandig werken zijn het er meer.

Pluspunt heeft een methodegebonden leerlingvolgsysteem. Met de toets wordt nagegaan of de basistoestof voldoende (80% of meer) wordt beheerst. Kinderen die op onderdelen onvoldoende scoren komen in aanmerking voor herhalingsstof. Kinderen die voldoende of hoger scoren, kunnen werken met verrijkingstof.

4.1.3 De methode en zwakke rekenaars

Het is een feit dat rekenmethodes geschikt moeten zijn voor 'de gemiddelde rekenaar', maar in een klas heb je te maken met (hoog)begaafde, gemiddelde en zwakke rekenaars. Het programma dat behandeld moet worden, zit vol en de variëteit in de aangeboden opgaven is groot. De tijd die per onderdeel besteed kan worden, is daardoor vaak te kort.

In Pluspunt wordt, net als in de andere realistische rekenmethodes, minder aandacht besteed aan het automatiseren. Inzicht wordt belangrijker geacht dan automaticiteit. Om een bepaalde mate van automaticiteit te bereiken hebben zwakke rekenaars meer oefening nodig, want het kost hun meer moeite. Aangezien automaticiteit een basisvoorwaarde is om te komen tot getalbegrip vormt het gebrek hieraan een van de oorzaken van de problemen van zwakke rekenaars (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Pluspunt biedt verschillende vormen van differentiatie. Inhoudelijke differentiatie vindt plaats tijdens de leerkrachtgebonden lessen en in de lessen na de toets, wanneer de leerkracht tijdens de verlengde instructie de mogelijkheid heeft om kinderen extra hulp te bieden. Voor de verlengde instructie worden het lesboek, de kopieerbladen en het computerprogramma gebruikt. Differentiatie naar tempo vindt plaats bij de lessen zelfstandig werken. Hier zijn bepaalde opgaven gemarkeerd als extra opgaven en er zijn aanwijzingen gegeven om kinderen een aangepast minimum aantal opgaven te laten maken. Ook methodische differentiatie wordt belangrijk geacht. Kinderen mogen de strategie kiezen, die voor hen het beste is. Verder werken kinderen op hun eigen niveau met of zonder materiaal.

Per half jaar worden de minimumdoelstellingen aangegeven. Pluspunt kiest voor remediërend onderwijzen, waarbij observatie als belangrijk element geldt. Aan die observaties zijn weinig aanwijzingen verbonden. Zwakke leerlingen moeten zoveel mogelijk meegenomen worden naar het volgende blok, maar als er stagnaties geconstateerd worden, in het algemeen in de derde week van een blok, wordt verwezen naar Maatwerk. Het omgaan met uitval van leerlingen en tegelijkertijd doorgaan met de groep is niet gemakkelijk.

Leren is een proces waarbij de leerling bepaalde kennis en vaardigheden verwerven. Kinderen verwerven die kennis op hun eigen manier en de tussendoelen vormen als het ware de bakens in de leerlijnen. Vakdidactici spreken de laatste jaren steeds vaker in termen van “big ideas” of kerninzichten. Bij alle termen komt het op hetzelfde neer: bepaalde leermomenten zijn cruciaal in het proces. Wanneer een kind bepaalde onderdelen in de rekenstof niet beheerst, ontstaan er problemen die hoe langer hoe groter worden. Deze kerninzichten worden niet expliciet aangegeven in de methode Pluspunt.

4.1.4 Strategiekeuze

In principe moet al het rekenen onder de 100 hoofdrekenen zijn. Pluspunt biedt in groep 4 zowel de rijg- als de splitsstrategie aan en laat de kinderen vaak vrij in hun keuze. Er is ook ruimte voor flexibel strategiegebruik en handig rekenen. Wanneer in

groep 5 de opgaven tot 1000 aan bod komen, worden er veel verschillende oplossingsstrategieën behandeld.

In blok 2 vindt de oriëntatie plaats: de getallenrij tot 1000 en de waarde van de cijfers in een getal. Tevens komen opgaven zoals $200+40+6$ aan bod. In blok 3 leren de kinderen op de getallenlijn heen en terug te springen met sprongen van 100, 10 en 1, zowel vanaf 0 als vanaf een willekeurig getal. Bijvoorbeeld je bent bij 612 en spring 229 verder. In blok 4 komt het verschil bepalen aan de orde, ook m.b.v. de getallenlijn. In blok 4 en 5 wordt het optellen en aftrekken tot 1000 in formele sommen geoefend. Tot en met blok 5 wordt de grootste nadruk gelegd op de rijgstrategie, maar ook het handig rekenen wordt genoemd en geoefend.

In blok 6 begint de methode met het aanbieden van de splitsstrategie, waarbij tientallen of eenheden worden ingewisseld. Hier wordt het rekenen tussen streepjes geïntroduceerd, bijv. $| 700 | 110 | 7 |$, de 100 van 110 mag naar de 700 en wordt dan 800. D.m.v. MAB-materiaal wordt deze manier van handelen verduidelijkt. In les 6 kunnen er tussen de streepjes ook negatieve getallen staan.

In blok 7, 8 en 9 worden het rijgen met behulp van de getallenlijn en het splitsen tussen streepjes herhaald. De kinderen mogen zelf kiezen, welke manier zij het prettigst vinden.

In blok 10 biedt de methode het kolomsgewijs optellen aan. In blok 11 worden rijgen, splitsen en kolomsgewijs optellen herhaald. Ook het aanvullen als de getallen dicht bij elkaar liggen komt aan bod. Tot slot komt de verkorte manier van noteren aan bod, het cijferen.

4.1.5. Samenvatting en conclusies

Het aanbod van de verschillende oplossingsstrategieën werkt verwarrend voor de zwakke rekenaars. De methode propageert wel, dat kinderen zelf mogen kiezen, maar alleen al het feit, dat er zo veel te kiezen is, maakt het er voor de zwakke rekenaar niet eenvoudiger op. Zwakke rekenaars kunnen onvoldoende reflecteren op oplossingsmethoden. Zo leidt het aanbieden van meerdere strategieën bij zwakke rekenaars tot een onsystematische strategiekeuze (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Het rekenen tot 100 moet hoofdrekenen zijn, maar de vrijheid in strategiekeuze werkt voor zwakke rekenaars vergissingen in de hand. Wanneer zij de splitsstrategie gebruiken, ontstaan er problemen met de aftreksommen. Zwakke rekenaars missen het inzicht om flexibel met getallen om te gaan en als de sommen dan moeilijker worden, grijpen zij vaak terug op het tellen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004). De goede rekenaars redden zich prima met de methode en voor hun is het een uitdaging om te werken in het Plusboek of met Somplex. De gemiddelde rekenaar kan meekomen, maar de zwakke rekenaar heeft het in de praktijk zwaar te verduren. Een nieuw onderwerp dient zich al weer aan, terwijl de zwakke rekenaar het vorige nog niet voldoende beheerst. Het rekenprogramma biedt weinig of geen ruimte om met gedane ervaringen te spelen en ermee te leren omgaan.

4.2 Zwakke rekenaars in groep 5

4.2.1 Inleiding

In mijn groep heb ik het rekenniveau van twee meisjes uit instructiegroep 5, Roos en Anne, onderzocht. Hiervoor heb ik het diagnostisch gesprek van Maatwerk (bijlage 1) gekozen, omdat ik hier al vaker mee gewerkt heb. De opgaven zijn overzichtelijk en de bouwstenen zijn duidelijk aangegeven. Bij dit diagnostisch gesprek heb ik extra opgaven toegevoegd, omdat ik merkte, dat beide meisjes de sommen tot 20 (en zelfs ook tot 10) niet geautomatiseerd hadden.

Nadat ik duidelijkheid had gekregen over hun niveau en de moeilijkheden die zij bij het rekenen ondervonden, heb ik een rekenprogramma voor hen opgezet. In deze paragraaf doe ik hier verslag over.

4.2.2 Roos

Uit het diagnostisch gesprek van Maatwerk dat ik met Roos heb uitgevoerd, kon ik de volgende conclusies trekken. Bij de kernopgaven van het optellen tot 100 zie je dat Roos graag kiest voor het optellen van tientallen in combinatie met handig rekenen. Daaraan ontleent ze houvast. Doordat ze geen vaste manier heeft, gaat ze aan het goochelen. Ze heeft geen inzicht in de positie van de getallen. Haar telstrategie zorgt

voor problemen. De ene keer begint ze met het uitgangsgetal: $85-6=85$ 84 83 82 81 80 79; de andere keer doet ze dat niet: $90-2=89$ 88.

De analyse van de bouwstenen van het optellen tot 100 leverde de volgende gegevens op:

- het optellen van tientallen gaat Roos goed af
- het optellen van tientallen en eenheden ($30+6$ of $4+50$) gaat Roos gemakkelijk af, waarbij ze ook gebruik maakt van de omkeereigenschap
- bij het optellen van een willekeurig getal zonder tientaloverschrijding ($43+4$) grijpt Roos terug op tellen, alhoewel ze de sommen onder de 10 wel beheerst
- bij het optellen van een willekeurig getal met tientaloverschrijding telt ze, waarbij ze sommen als $8+27$ niet kan oplossen
- het springen met tientallen doet ze gemakkelijk
- Roos weet de sommen tot 10 vlot
- sommen als $8+7$ voert ze tellend uit
- bij het aanvullen tot 10 heeft ze een aantal sommen fout geautomatiseerd

De kernopgaven van het aftrekken tot 100 leveren veel problemen op. Het lukt Roos niet om deze opgaven op te lossen.

De analyse van de bouwstenen van het aftrekken tot 100 leverde de volgende gegevens op:

- het aftrekken van de tientallen gaat Roos goed af
- het aftrekken van tientallen en eenheden lukt niet; Roos heeft geen inzicht in de positie van de getallen
- bij het aftrekken van een willekeurig getal min eenheden zonder tientaloverschrijding ($57-4$) grijpt Roos terug op tellen, alhoewel ze de sommen onder de tien wel weet
- bij het aftrekken van een willekeurig getal min eenheden met tientaloverschrijding gaat ze tellen
- bij het aftrekken van tientallen telt ze per tiental
- bij het aftrekken onder de 10 telt ze ook

We praten nog over het werken in de klas. Als er samengewerkt en dus gepraat wordt in de klas, heeft Roos daar last van. Dat vindt ze te druk. Dan raakt ze in de war en moet ze weer opnieuw beginnen. Ze wil graag dat het rustig is in de klas. Ze krijgt haar werk steeds niet af. Dat komt doordat ze er niet uit komt. Ze vindt het zelf vaak wel fijn om samen te werken en om extra te oefenen. Ook oefenen op de computer vindt ze erg leuk.

4.2.3 Anne

Uit het diagnostisch gesprek van Maatwerk, dat ik met Anne heb uitgevoerd, kwamen de volgende zaken naar voren. Bij de kernopgaven van het optellen tot 100 zie je, dat Anne graag kiest voor het splitsen. Ze telt eerst de tientallen bij elkaar waarna ze in twee stappen de eenheden erbij voegt. De laatste eenheid telt ze erbij. Bij een van de opgaven vult ze aan en zegt: “Dat hebben we veel gedaan in groep 4.”

De analyse van de bouwstenen van het optellen tot 100 leverde de volgende gegevens op:

- het optellen van tientallen gaat Anne goed af; ze heeft echter verschillende manieren om de tientallen bij elkaar te tellen, via een kapstoksom, naar analogie en per tiental tellend
- het optellen van tientallen en eenheden gaat Anne gemakkelijk af, waarbij ze ook gebruik maakt van de omkeereigenschap
- bij het optellen van een willekeurig getal zonder tientaloverschrijding ($43+4$) telt Anne eerst de eenheden bij elkaar, waarna ze de tientallen erbij voegt. Hier valt op dat ze sommen zoals $3+4$ oplost via $4+4-1$
- bij het optellen van een willekeurig getal met tientaloverschrijding telt ze ook eerst de eenheden bij elkaar, waarbij ze omslachtig te werk gaat bij het toevoegen van de tientallen
- de tientallen telt ze eerst bij elkaar waarna ze de lossen pas toevoegt. Het springen met tientallen beheerst ze niet
- de sommen tot 10, de sommen met tientaloverschrijding en het aanvullen tot 10 voert Anne tellend uit

De kernopgaven van het aftrekken tot 100 leveren veel problemen op. Ze gebruikt een getallenlijn om de sommen uit te rekenen, maar ook dat helpt haar niet. Het lukt Anne om slechts één opgave op te lossen: $70-36$. Haar werkwijze: $70-30=40-6=40-3=37-3=34$.

De analyse van de bouwstenen van het aftrekken tot 100 leverde de volgende gegevens op:

- het aftrekken van de tientallen gaat vlot: Anne maakt gebruik van analogie
- het aftrekken van tientallen en eenheden doet Anne in stappen, ze ziet niet meteen de uitkomst
- bij het aftrekken van een willekeurig getal min eenheden zonder tientaloverschrijding ($57-4$) heeft Anne geen idee hoe ze te werk moet gaan. Ze begint te splitsen en is de draad meteen kwijt
- bij het aftrekken van een willekeurig getal min eenheden met tientaloverschrijding gaat ze tellen, twee sommen gaan goed
- bij het aftrekken van tientallen splitst ze waarna ze de lossen er vanaf trekt i.p.v. ze er weer bij te tellen. Ze weet de sommen niet aan te pakken
- bij het aftrekken onder de 10 telt ze ook

We praten nog over het werken in de klas. Anne vindt het fijn om samen te werken. Dan vindt ze dat het beter gaat. Ze krijgt het werk niet af, omdat ze de sommen vaak niet snapt. Het moeilijkste vindt ze de verhaaltjessommen. Oefenen op de computer vindt ze erg leuk, vooral tafeltotaal.

4.2.4 Conclusie diagnostische gesprekken

Uit de resultaten van de diagnostische gesprekken kwam naar voren, dat Roos en Anne de hele basis van het automatiseren van de sommen tot 20 misten. Weliswaar kenden ze de sommen onder de 10, maar beide meisjes grepen terug op tellen bij opgaven als $23+4$ of $37-5$. Bij het aanvullen tot 10 en de sommen over het tiental telden beide meisjes hardnekkig. Zij maakten geen gebruik van de splitsingen bij het overschrijden van het tiental, omdat zij de splitsingen niet beheersten. Bij beiden bleek de telstrategie gevoelig voor fouten omdat ze geen gebruik maakten van vaste structuren.

Roos en Anne hadden moeite met het optellen tot 100 en zij beheersten het aftrekken tot 100 niet. De problemen, die zij hadden waren niet hetzelfde. Roos was telkens geneigd tot handig rekenen, maar wist vervolgens niet wat erbij geteld of er afgetrokken moest worden. Hierbij hanteerde Roos verschillende oplossingsstrategieën willekeurig door elkaar en was zij geneigd om meteen te gaan rekenen zonder zich op de opgave te oriënteren. Anne hanteerde meestal de splitsstrategie, waarbij bleek, dat ze geen of weinig inzicht in de positie van de getallen had. Zij wilde graag de getallenlijn gebruiken, maar raakte in de war door het tellen. Beide kinderen misten dus het inzicht om de sommen tot 100 op te kunnen lossen. Hun strategiezwakte bleek een groot probleem (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004). Zo kreeg ik een overzichtelijk beeld waar de meisjes problemen mee hadden: grote hiaten in de voorkennis, een gebrek aan geautomatiseerde kennis en het hanteren van verschillende strategieën lukraak door elkaar. Een belangrijke aanvulling was ook de onzekerheid en frustratie die ik waarnam bij de kinderen. Ook dit was een aandachtspunt voor de aanpak van de problemen.

4.2.5 Plan van aanpak

Roos en Anne zitten in groep 5 en we waren al volop bezig met de sommen tot 100. Vanaf blok 2 van Pluspunt waren we zelfs al bezig met de oriëntatie op de getallen tot 1000. Ze liepen dus tegen grote problemen aan. Hun hele basis was wankel. Daarom zette ik in eerste instantie op twee sporen in:

1. Het oefenen van de sommen tot 20, te beginnen met de splitsingen tot 10 en vervolgens de sommen met tientalpassering. Tevens de herhaling van de sommen tot 10. Ik koos ervoor om de kinderen met automatiseren te laten oefenen, omdat automaticiteit het fundament vormt voor het rekenonderwijs en een voorwaarde is voor getalbegrip (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).
2. Het aanleren van één oplossingsstrategie voor het oplossen van de sommen tot 100, namelijk de rijgstrategie. Een som als $92-17$ wordt dan als volgt uitgerekend: $92-10=82-2=80-5=75$. Hiermee wilde ik structuur aanbrengen voor de kinderen. Stap 1 hierbij was het optellen en stap 2 het aftrekken. Ik koos voor de rijgstrategie, omdat het onderzoek van Milo en Ruijsenaars in

het SBO heeft uitgewezen dat kinderen die oefenen met het rijgen de meeste leerwinst boeken (Milo & Ruijsenaars, 2003).

Tot februari/maart gingen we werken aan de basis en tegelijkertijd oefenen met een stappenplan om de opgaven tot 100 op te lossen.

De laatste stap in groep 5 zou voor Anne en Roos het rekenen tot 1000 worden.

Voor deze stof koos ik voor hun voor het kolomsgewijs optellen en aftrekken, met een versnelde overgang naar het cijferend optellen en aftrekken.

4.2.6 Uitwerking plan van aanpak

Stap 1: Het oefenen van de sommen tot 20, te beginnen met de splitsingen tot 10 en vervolgens de sommen met tientaloverschrijding, gecombineerd met de herhaling van de sommen tot 10.

Voor het automatiseren van de splitsingen koos ik verschillende oefenspellen die Roos en Anne zelf op de computer mochten oefenen, ook buiten de rekenles.

Verder maakte ik flitskaartjes waarmee ze met een maatje konden oefenen. De computer genoot duidelijk de voorkeur.

Voor het aanvullen tot 10 maakte ik de verliefde harten: twee harten zitten aan elkaar vast en op elk hartje staat een cijfer. Die cijfers samen zijn altijd 10. Deze oefening deed ik met de meisjes in de RT, maar ze konden hem ook gebruiken bij het oefenen met een maatje.

De sommen met tientaloverschrijding konden de meisjes oefenen m.b.v. oefeningen uit het computerprogramma van Maatwerk.

Stap 2: Het aanleren van één oplossingsstrategie voor het oplossen van de sommen tot 100, namelijk de rijgstrategie.

In RT sessies ging ik met de meisjes oefenen, eerst met ieder afzonderlijk en naderhand met hun samen. Eerst gebruikten we materiaal: eieren en eierdozen.

Vanuit het materiaal leerde ik hun een stappenplan aan, waarmee ze de sommen op

konden lossen. We begonnen met de optelsommen en zodra ze de werkwijze beheersten gingen we verder met de aftreksommen. Roos en Anne kregen een oefenschrift waar het stappenplan in stond. Dit schrift mochten ze ook in de groep tijdens de rekenles gebruiken.

Rekenen tot 1000: Via kolomsgewijs rekenen naar cijferend optellen en aftrekken, het einddoel voor groep 5.

In RT sessies en naderhand tijdens de verlengde instructie ging ik de meisjes het kolomsgewijs rekenen aanbieden. Om de verkorting en zo de overgang naar het cijferend rekenen duidelijk te maken koos ik als materiaal geld.

Met zowel stap 1 als stap 2 zijn Roos en Anne langdurig bezig geweest. Het betekende, dat zij in de groep een apart programma volgden. Wanneer de andere kinderen werkten aan sommen tot 1000, waren Roos en Anne bezig met oefenen op de computer of met het oefenen van de rijgstrategie voor de sommen tot 100.

In maart begonnen we met het kolomsgewijs optellen, toen de rest van groep 5 na de inleidende strategieën hier ook aan begon. Tijdens de verlengde instructie werkte ik met een klein groepje, waaraan Roos en Anne ook deelnamen. Na een paar keer oefenen gingen we over naar cijferend optellen. De beide meisjes hadden al snel de smaak te pakken. Roos was niet te stuiten. Ze wilde graag bladen met schema's mee naar huis nemen om ook in het weekend door te gaan en ze was opgetogen over haar succes. Op het eind van de ochtend zei ze: "Later als ik 20 ben, dan weet ik het nog goed: donderdag 11 maart mijn allereerste onder-elkaar rekendag. Ik vond het knap van mezelf dat het goed ging, omdat ik moeite heb met rekenen."

Na het optellen kwam ook het aftrekken aan bod. Roos had thuis al met haar vader geoefend en met de ondersteuning van geld leerden ze de werkwijze. Beide meisjes maakten in de methodegebonden toetsen de optel- en aftreksommen tot 1000 foutloos.

4.2.7 Samenvatting en conclusies

Omdat Anne en Roos problemen hadden met de basale rekenvaardigheden heb ik ervoor gekozen om voor hun pas op de plaats te maken. Doorgaan met de groep zou te hoog gegrepen zijn. Zij hebben een tijd deels een eigen programma gevolgd in combinatie met RT sessies. De onderwerpen waaraan ik met hun in eerste instantie gewerkt heb, waren het automatiseren en de oplossingsstrategieën. Volgens de theorie blijken dit immers de grootste struikelblokken voor zwakke rekenaars te zijn (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

De oefeningen met een maatje en op de computer hadden tot doel om hun achterstand op automatiseringsvlak te verminderen en om ervoor te zorgen dat ze zich zekerder voelden. Omdat beide meisjes bij het rekenen tot 100 geen goede strategie hadden gekozen, heb ik gekozen om d.m.v. directe instructie één procedure aan te leren, nl. de rijgstrategie. Om hen steun te bieden werkten ze met een oefenschrift. Alhoewel het rekenen tot 100 in groep 5 hoofdrekenen zou moeten zijn, geloof ik dat zwakke rekenaars de schriftelijke ondersteuning nodig hebben.

Het aanbieden van alleen het kolomsgewijs optellen en aftrekken van de sommen tot 1000 met een versnelde overgang naar het cijferen werkte goed. Met het cijferen blijven de kinderen ook de sommen onder de 10 c.q. 20 oefenen, dus twee vliegen in een klap. Het belangrijkste dat Anne en Roos bereikt hebben was natuurlijk dat zij, die zoveel moeite hadden met rekenen, opeens succes hadden. Nul fouten bij die moeilijke sommen tot 1000 zorgde voor een enorme motivatie en opeens vonden ze het rekenen leuk.

4.3 Enquête rekenen

4.3.1 Inleiding

Op mijn school heb ik een enquête (bijlage 2) gehouden onder het team. Ik wilde een compleet beeld krijgen van het rekenonderwijs op onze school en ik wilde duidelijk krijgen hoe de collega's met zwakke rekenaars omgaan.

Alle collega's hebben de enquête ingevuld. Dit betekent dat ik over zes instructiegroepen informatie heb gekregen. In deze paragraaf doe ik hier verslag over.

4.3.2 Deel 1 enquête

Deel 1 van de enquête bestond uit een aantal meerkeuzevragen en twee open vragen. Bij de meerkeuzevragen waren meerdere antwoorden mogelijk. De bevindingen uit de enquête waren als volgt:

Klasmanagement

In alle groepen zitten de kinderen in door de leerkracht bepaalde groepen, waarbij in 50% de klas in drie groepen is verdeeld: een zwakke, een gemiddelde en een sterke groep.

In alle groepen wijst de leerkracht kinderen aan die verlengde instructie krijgen, maar kinderen mogen ook op eigen initiatief bij de verlengde instructie aanschuiven.

Instructie

‘Kinderen met een eigen leerweg doen niet mee met de klassikale instructie’ op deze vraag antwoordt 50 % met ja.

‘De hele groep doet mee met de instructie’; deze vraag beantwoordt 33,3 % met ja.

‘Zwakke rekenaars krijgen verlengde instructie’; 66,6 % antwoordt ja.

Hierbij moet worden aangevuld, dat kinderen met een eigen leerweg twee betekenissen kan hebben. Er zijn een aantal kinderen in de bovenbouw, die een eigen leerweg hebben en die in Maatwerk werken.

Er zijn in de groepen 4 t/m 8 ook een aantal kinderen, die in de verkorte route werken. Wanneer kinderen de methodegebonden toetsen nagenoeg foutloos maken en zij bij de Cito rekenen een A scoren, werken ze met het routeboekje van het SLO. Een deel van de oefenstof wordt dan achterwege gelaten en deze kinderen werken met het Plusboek van de methode Pluspunt, met Somplex of met Rekentijgers.

Differentiatie

‘Zwakke rekenaars maken minder werk; zij bepalen zelf wat zij overslaan.’ Op deze vraag antwoordt één collega bevestigend.

‘Zwakke rekenaars maken minder werk; de leerkracht bepaalt wat zij overslaan.’ Vijf van de zes collega’s antwoorden met ja.

‘Zwakke rekenaars krijgen verwerkingsstof op eigen niveau’; 100% antwoordt ja.

Materialen

In groep 3 maken de kinderen gebruik van rekenrek en getallenlijn; in groep 4 gebruiken ze rekenrek, getallenlijn en MAB materiaal; in groep 5 getallenlijn en MAB materiaal; in groep 6 getallenlijn, MAB materiaal, tafelkaart en breukstokken; in groep 7 tafelkaart en in groep 8 tafelkaart en rekenmachine.

Bij de helft van de groepen hebben de kinderen het materiaal in hun laatje; bij de andere helft ligt het materiaal op een centrale plaats. Bij 33,3 % mogen kinderen het materiaal niet zelf pakken.

‘Ik minimaliseer het aantal oplossingsstrategieën’; 66,6 % beantwoordt deze vraag met ja.

‘Ik leer zwakke rekenaars één oplossingsstrategie aan’; vijf van de zes collega’s antwoorden bevestigend

‘Opgaven, waarbij ik problemen voorzie voor zwakke rekenaars, laat ik overslaan’: niemand antwoordt met ja.

Welke ondersteunende handelingen passen de collega’s toe bij zwakke rekenaars?

Individuele begeleiding en/of verlengde instructie worden door alle collega’s genoemd. Ondersteuning door materiaal wordt door 50 % genoemd en het aanbieden van één oplossingsstrategie wordt eveneens door 50 % van de collega’s genoemd.

Waar lopen de collega’s het meest tegenaan bij de begeleiding van zwakke rekenaars?

Door de aandacht voor de zwakke leerlingen is er te weinig tijd om de sterke leerlingen te begeleiden, noemt 66,6 %. Tijdgebrek in het algemeen noemt 50 % van de collega’s. Dat de zwakke rekenaars het basisniveau niet hebben om verder te gaan met de volgende stap noemt 50 % van de collega’s.

Waar hebben de collega’s het meest behoefte aan als het gaat om het begeleiden van zwakke rekenaars?

Overleg met collega’s: 0 %

Begeleiding door de RT-er: 100 %

Begeleiding door de IB-er: 66,6 %

Begeleiding vanuit externe experts: 0 %

Aanvullende materialen: 0 %

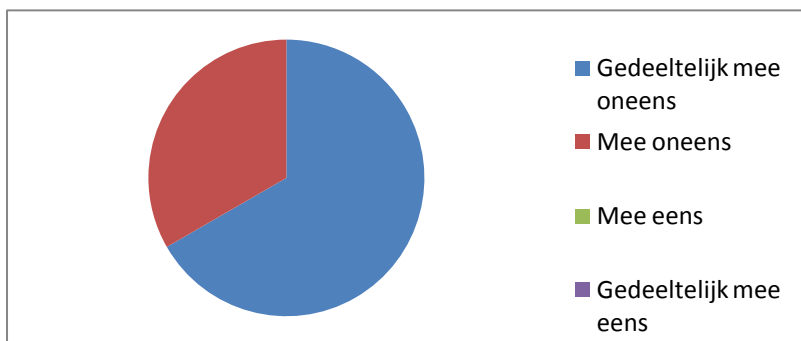
Anders, namelijk: één collega heeft behoefte aan extra oefenmateriaal op de computer

4.3.3 Deel 2 enquête

Deel 2 van de enquête bestond uit een aantal stellingen. Hier konden de collega's aanvinken: mee oneens, gedeeltelijk mee oneens, gedeeltelijk mee eens, mee eens.

1.

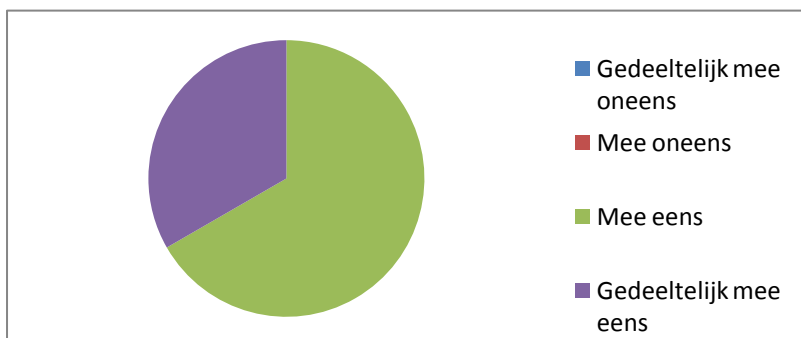
Pluspunt geeft voldoende aanwijzingen voor het begeleiden van zwakke rekenaars
33,3 % is het hier niet mee eens; 66,6 % scoort gedeeltelijk mee oneens



2.

Zwakke rekenaars moeten één oplossingsstrategie aanleren

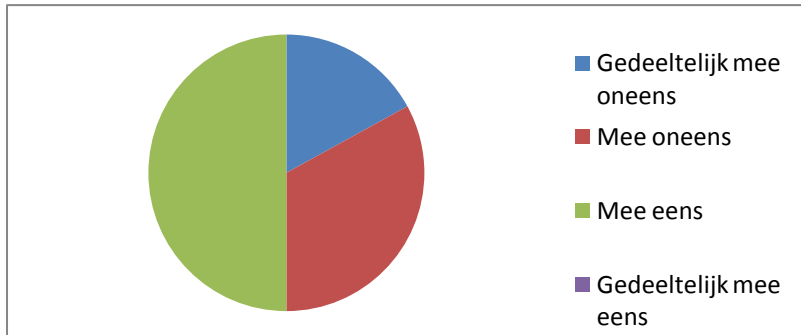
66,6 % is het hier mee eens; 33,3 % is het hier gedeeltelijk mee eens



3.

Contexten bieden steun aan zwakke rekenaars

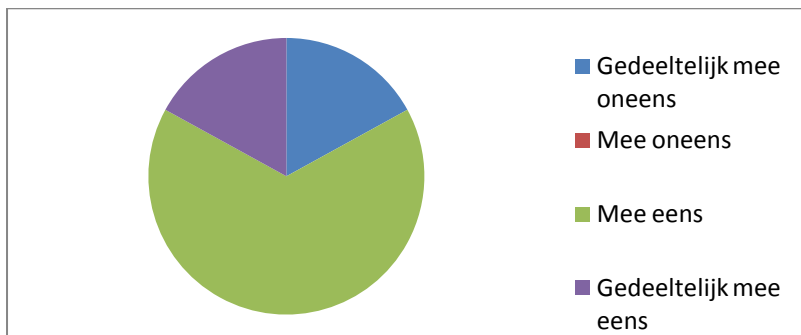
50 % mee eens; 33,3 % mee oneens; 16,65% gedeeltelijk mee oneens



4.

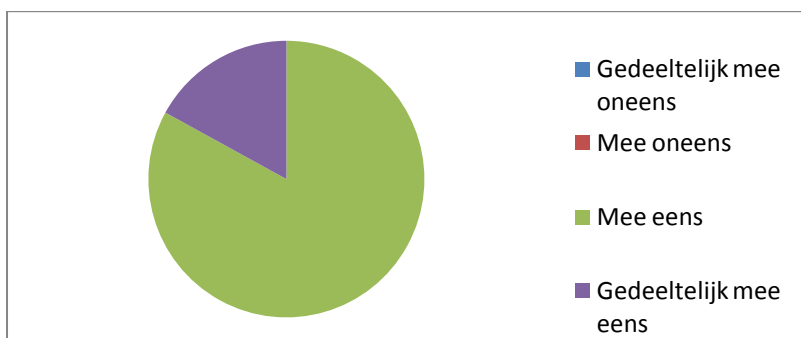
Het gebruik van modellen biedt steun aan zwakke rekenaars

66,6 % mee eens; 16,65 % gedeeltelijk mee eens; 16,65 % mee oneens



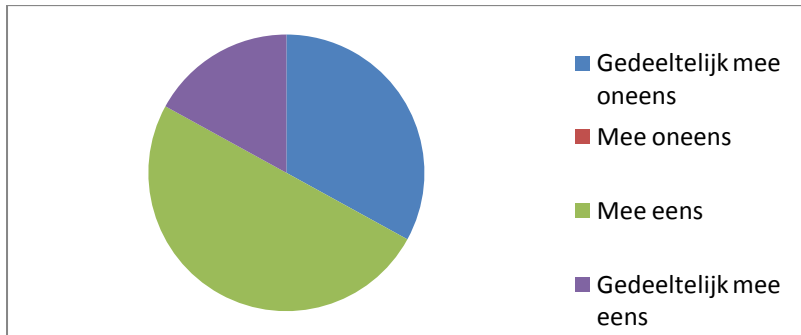
5.

Zwakke rekenaars hebben moeite om de transfer te maken van modellen naar kale sommen 83,35 % mee eens; 16,65 % gedeeltelijk mee eens



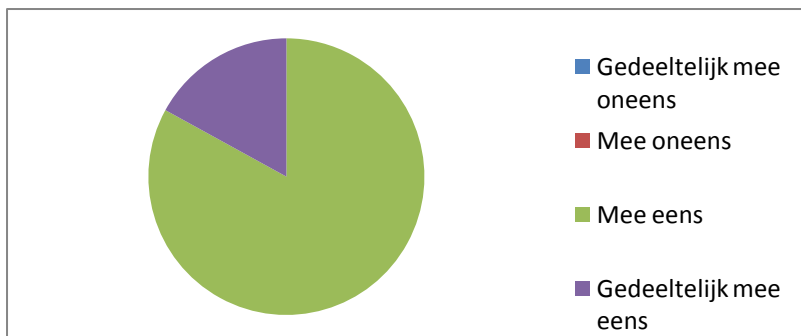
6.

Voor zwakke rekenaars is cijferen gemakkelijker dan kolomsgewijs rekenen
50 % mee eens, 33,3 % gedeeltelijk mee oneens, 16,65 % gedeeltelijk mee eens



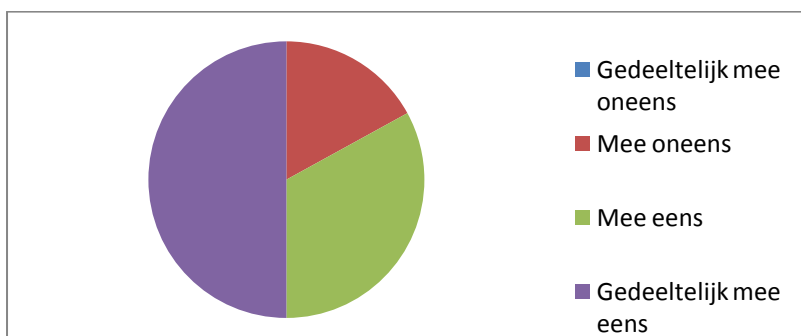
7.

Rekenproblemen ontstaan doordat het automatiseren van basisvaardigheden te traag verloopt: 83,35 % mee eens, 16,65 % gedeeltelijk mee eens



8.

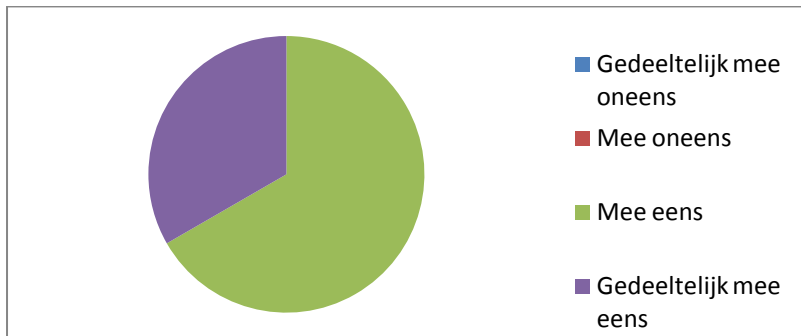
Er moet voor zwakke rekenaars meer rektijd worden ingeroosterd
33,3 % mee eens; 50 % gedeeltelijk mee eens; 16,65% mee oneens



9.

Het is nodig, dat wij op onze school de begeleiding van zwakke rekenaars op elkaar afstemmen en dat we hier afspraken over maken

66,6 % mee eens; 33,3 % gedeeltelijk mee eens



Aanvullende opmerkingen van de collega's:

- “Het automatiseren is erg zwak bij deze methode. Daardoor hebben de kinderen veel tijd nodig om de opdrachten te maken. Ik heb zelf een boekje gemaakt met automatiseringsoefeningen, daar beginnen we elke dag mee.”
- “Ik vind dat ik te weinig feedback kan geven aan de goede rekenaars, omdat mijn zorg bij de zwakke rekenaars ligt. Ik vind de methode niet altijd logisch opgebouwd en ik sla soms onderdelen over, omdat ik het nut er niet van inzie.”
- “Ik vind het heel lastig werken met grote niveauverschillen in de klas. De zwakke rekenaars vragen veel aandacht en ik ben geneigd om aan hen meer aandacht te geven dan aan kinderen die het makkelijker afgaat. Ik bied sterke rekenaars voldoende uitdaging door Somplex aan te bieden, maar het echt met hen bespreken lukt me vaak niet. De kinderen die in Maatwerk werken, gaan hun eigen weg. Wel help ik ze als ze vragen hebben, maar het werken met Maatwerk doen ze heel goed.”
- “De kinderen in het routeboekje kunnen nu de zelfstandigheid aan om stil verder te werken als ze niet bij de uitleg hoeven te zijn.”

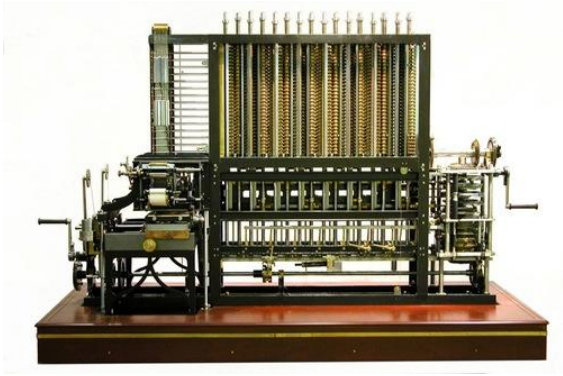
- “Ik zou graag ondersteuning in de klas willen voor de heel zwakke leerlingen, die niet in een eigen leerweg zitten. Puur om vanuit basisvaardigheden verder te komen.”
- “Ik vind dat we de begeleiding van de zwakkere rekenaars in de bovenbouw d.m.v. T. (de IB’er) goed geregeld hebben.” (deze kinderen volgen een eigen leerweg in Maatwerk, worden begeleid door de IB’er en doen dus niet mee met de groep, I.V.).
- “Wel zie ik al jaren een trend dat automatiseren bij een groot deel van nieuwe bovenbouwers enorm zwak is. Tafels, tafels en nog eens tafels leren!!!”

4.3.4 Samenvatting en conclusies

De belangrijkste gegevens uit deze enquête geef ik weer in deze paragraaf.

In principe wijst de leerkracht de kinderen aan, die aan de verlengde instructie deelnemen, maar kinderen mogen ook zelf het initiatief nemen. Zwakke rekenaars maken minder werk en de leerkracht bepaalt wat zij moeten doen.

Door de aandacht voor de zwakke leerlingen is er te weinig tijd om de sterke leerlingen te begeleiden. Tijdgebrek in het algemeen is een punt van zorg. Zorgelijk is dat zwakke rekenaars vaak het basisniveau niet hebben om verder te gaan met de volgende stap. Alle collega’s hebben behoefte aan begeleiding door een RT’er en 2/3 deel heeft behoefte aan begeleiding door de IB’er. In de bovenbouw functioneert de begeleiding van de zwakke rekenaars met een eigen leerweg door de IB’er goed. Volgens de collega’s biedt de methode Pluspunt over het algemeen te weinig om zwakke rekenaars te begeleiden. Modellen bieden steun, maar de transfer naar kale sommen levert problemen op. Het automatiseren van basisvaardigheden wordt gezien als een van de belangrijkste oorzaken voor de achterstand en meer rekentijd en schoolbrede afspraken kunnen volgens een aantal collega’s steun geven. Het hele team is het er geheel of gedeeltelijk mee eens, dat zwakke rekenaars één oplossingsstrategie moeten aanleren. Zo zien ook de collega’s het gebrekkig automatiseren en de verschillende oplossingsstrategieën als de twee belangrijkste problemen voor zwakke rekenaars. De onderzoeksresultaten uit de wetenschap worden gestaafd door resultaten uit de praktijk (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).



Deze supercomputer van de 19e eeuw, een kolossale machine van brons, ijzer en staal is gebouwd naar plannen van de Engelse uitvinder en wiskundige Charles Babbage. Dankzij een complex radarwerk van tandwielen, dat wordt aangezwengeld zoals een draaiorgel, kan de 5 ton zware machine berekeningen maken die accurater zijn dan die van een eenvoudige hedendaagse zakrekenmachine.

Hoofdstuk 5 Conclusies

5.1 De resultaten van het onderzoek

In dit hoofdstuk worden antwoorden gegeven op de onderzoeksvraag:

Hoe kan ik zwakke rekenaars ondersteunen bij de problemen, die ze ondervinden in het realistisch rekenonderwijs?

De belangrijkste conclusies die ik heb getrokken na bestudering van de literatuur zijn dat het gebrek aan geautomatiseerde kennis van rekenfeiten en de onsystematische strategiekeuze de grootste problemen vormen voor zwakke rekenaars in het rekenproces (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004). Door het gebrek aan geautomatiseerde kennis komen zwakke rekenaars niet tot getalbegrip. Een eenmaal aanwezige achterstand wordt zo alleen maar groter, omdat rekenen een vakgebied is waarbij de ene vaardigheid voortbouwt op een vorige (Gelderblom, 2008). Voor zwakke rekenaars worden de stappen in het rekenproces te snel doorlopen. Bij zwakke rekenaars verloopt het automatiseringsproces vertraagd door de beperktere capaciteit van het werkgeheugen. Daarom hebben zij meer oefening en meer tijd nodig om tot automatisering te komen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004).

Het kind moet kiezen tussen verschillende strategieën en zo kennis toepassen in diverse situaties. Er wordt meer nadruk gelegd op inzicht, maar de vrijheid om zelf te kiezen voor een strategie is voor zwakke rekenaars verwarrend (Milo & Ruijsenaars, 2003). Het onderzoek van de Universiteit van Nijmegen door Timmermans (2005)

toont aan dat zwakke rekenaars er baat bij hebben wanneer ze één strategie aanleren. De rijgstrategie verdient hierbij de voorkeur, want hiermee behalen de kinderen de meeste leerwinst (Milo & Ruijsenaars, 2003).

Met de gegevens uit het literatuuronderzoek omtrent de problemen voor zwakke rekenaars kan ik een volgende belangrijke conclusie trekken, namelijk dat een aantal principes van het realistisch rekenonderwijs minder goed werken voor zwakke rekenaars. Het realistisch rekenonderwijs doet een beroep op een groot aantal vaardigheden van leerlingen, zoals leesvaardigheid, woordenschat, taalvaardigheid en luistervaardigheid. Verder wordt een beroep gedaan op het kortetermijngeheugen, het langetermijngeheugen, de cognitieve capaciteiten en de metacognitieve vaardigheden (Milo & Ruijsenaars, 2003). Voor het ontstaan van problemen voor zwakke rekenaars zijn diverse oorzaken aan te wijzen. Er kunnen problemen ontstaan door het rekenproces: in het proces van probleem oplossen, in het uitvoeren van denkhandelingen of in de informatieverwerking. Problemen kunnen te maken hebben met het rekenen en de rekentaal, met een gebrek aan inzicht en logisch denken, met een beperkte leerbaarheid of faalangst, de rekenmethode of de didactische bekwaamheid van de leerkracht. De problemen voor zwakke rekenaars zijn in veel gevallen het gevolg van een samenspel van factoren, waarbij het ene probleem het andere ook nog kan versterken (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004). Zwakke rekenaars kunnen dus door hun (on)mogelijkheden niet aan alle voorwaarden van de didactiek van het realistisch rekenen voldoen. Zij worden overvraagd en zo moeten er wel problemen ontstaan.

Mijn praktijkonderzoek bestond uit drie deelonderzoeken. De uitkomsten van deze deelonderzoeken zal ik achtereenvolgens koppelen aan de bevindingen uit de literatuur.

Bij het bestuderen van de methode Pluspunt heb ik conclusies kunnen trekken overeenkomstig aan de literatuur. Het volgen van de methode blijkt in de praktijk niet voldoende om zwakke rekenaars bij de groep te houden, want als een kind bepaalde onderdelen in de rekenstof niet beheerst, ontstaan er problemen die hoe langer hoe groter worden. Het rekenprogramma biedt te weinig ruimte voor herhaling of extra oefening voor zwakke rekenaars. Het aanbod van de verschillende oplossingsstrategieën werkt verwarrend voor de zwakke rekenaars, omdat zwakke rekenaars

het inzicht missen om flexibel met getallen om te gaan. Daarbij blijven zwakke rekenaars vaak aan hun eigen omslachtige of minder effectieve strategie vasthouden ook wanneer naderhand een betere strategie wordt besproken. Tot slot besteedt de methode te weinig aandacht aan het automatiseren, de voorwaarde voor getalbegrip en dus voor de verdere rekenontwikkeling.

Nadat ik de twee zwakke rekenaars in mijn groep had onderzocht, moest ik concluderen dat zij absoluut niet in staat waren om op het niveau van groep 5 deel te kunnen nemen aan de rekenles. Hun problemen bleken overeen te komen met de problemen die in de literatuur als de grootste struikelblokken voor zwakke rekenaars genoemd worden. Samengevat: zij hadden grote hiaten in de voorkennis, een gebrek aan geautomatiseerde kennis en zij hanteerden inadequate strategieën. Gedurende een half jaar namen zij deel aan een remediërend programma. Dit programma bood hen oefening in het automatiseren, een standaardalgoritme voor het oplossen van de sommen tot 100, namelijk de rijgstrategie en een standaardalgoritme voor het oplossen van de sommen tot 1000, namelijk het cijferen. Na het half jaar bleek dit programma een positief effect te hebben gehad op de rekenvaardigheid tot 100 en tot 1000. Alhoewel het bieden van structuur door het aanbieden van een standaardalgoritme recht tegenover de leerprincipes van het realistisch rekenen staat, heb ik in dit onderzoek geconstateerd, dat dit noodzakelijk is voor zwakke rekenaars.

Het laatste onderdeel van mijn onderzoek bestond uit de enquête op mijn school. De uitkomsten van de enquête bevestigden wederom de uitkomsten uit literatuur gekoppeld aan mijn eigen conclusies. Door de collega's zijn diverse factoren genoemd die van belang zijn in de begeleiding van zwakke rekenaars. Zwakke rekenaars missen vaak het basisniveau om verder te gaan met de volgende stap en het onvoldoende automatiseren van basisvaardigheden wordt gezien als een van de belangrijkste oorzaken voor de achterstand. Zwakke rekenaars moeten één oplossingsstrategie aanleren. De methode Pluspunt biedt over het algemeen te weinig steun om zwakke rekenaars te begeleiden. Meer rekentijd en schoolbrede afspraken kunnen volgens een aantal collega's steun geven.

Wat in de theorie beschreven wordt, zie ik dus in mijn onderzoek in de praktijk bevestigd. De slotconclusie van mijn onderzoek is, dat het aanbieden van één oplossingsstrategie per rekenonderdeel een voorwaarde is voor succes voor zwakke

rekenaars. Daarbij hebben zij extra tijd en oefening nodig om tot automatisering te komen. Een aangepast programma voor zwakke rekenaars is daarom van groot belang.

5.2 Discussie

Dit onderzoek kent verschillende beperkingen.

Het is uitgevoerd met twee zwakke rekenaars. Om de onderzoeksresultaten te kunnen generaliseren, is het nodig om aanvullend onderzoek op grotere schaal uit te voeren.

Het zou interessant zijn om een speciaal programma vanaf een eerdere jaargroep met zwakke rekenaars uit te voeren. Wanneer je zwakke rekenaars in groep 3 niet met de splitsstrategie zou laten werken en meteen met rijgen zou gaan oefenen, zou dan niet een aantal problemen voorkomen kunnen worden? Kinderen zijn dan immers nog niet vastgelopen in omslachtige of foute strategieën. Het zou nuttig zijn om de effecten van een dergelijk programma te meten.

De resultaten van de enquête zijn alleen representatief voor mijn basisschool. Aanvullend onderzoek is nodig om meningen en suggesties te staven.

5.3 Aanbevelingen voor de begeleiding van zwakke rekenaars

1. Het is noodzakelijk om risicoleerlingen vroeg te signaleren, in groep 3 of al in de onderbouw, zodat zo snel mogelijk maatregelen genomen kunnen worden.
2. Preventieve maatregelen zijn nodig om rekenproblemen bij risicoleerlingen te voorkomen. Het aanbieden van één strategie per rekenonderdeel verdient de voorkeur. Het is nodig om deze voorkeurstrategie met het team af te spreken.
3. Het automatiseren verdient een hoge prioriteit. Daarbij is klassikaal automatiseren te vrijblijvend. Gericht oefenen waarbij het gaat om tempo opvoeren is hierbij essentieel.

4. Zwakke rekenaars hebben meer tijd en oefening nodig. Uitbreiding naar oefenen buiten de rekenles is aan te raden, zodat het werkelijk extra is.

5. Het is aan te bevelen om in het team afspraken te maken over de tussendoelen die op een bepaald moment bereikt moeten zijn en over de maatregelen die genomen worden wanneer die doelen niet bereikt zijn.

Literatuur

- Aalst, H. F. van, & Kok, J.J.M. (2004). Het nieuwe leren. *JSW, jaargang 89, nr.4*.
- Beusekom, N. van & Simons, E. (2002/2003). Elke leerling telt mee. Omgaan met verschillen in de rekenwiskundemethodes. *Volgens Bartjens, jaargang 22, nr. 5*.
- Boswinkel, N. & Moerlands, F.J. (2003). Rekenen tot 20, getalverkenning tot 100. Realistisch rekenen in het speciaal (basis)onderwijs. *Speciaal Rekenen groep 3*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Brouwer, T. (2001). Een hoge betrokkenheid door interactief onderwijzen. *JSW, jaargang 85, nr.5*.
- Compagnie-Rietberg, C.W. (1994). *Aan het werk met vijf rekenwiskundemethoden voor de basisschool*. Hoevelaken: CPS.
- Danhof, W., Bandstra, P.B., Milo, B.F., Mushati-Hamadani, E., Minnaert, A. & Ruijsenaars, A.J.J.M. (2008). Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Rekenwiskundeonderwijs, jaargang 27, nr. 2*.
- Edelenbos, P. & Meijer, W. (2002). Expertise is aanwezig, de tijd ontbreekt nog. *Didaktief en school, jaargang 32, nr. 9*.
- Gelderblom, G. (2007). *Effectief omgaan met verschillen in het rekenonderwijs*. CPS onderwijsontwikkeling en advies. Amersfoort Wilco.
- Gelderblom, G. (2008). *Effectief omgaan met zwakke rekenaars*. CPS onderwijsontwikkeling en advies. Amersfoort: Wilco.

- Gool, A. van, Janssen, D. & Munsterman, B. (2000). *Pluspunt. Reken-wiskundemethode voor de basisschool*. Den Bosch: Malmberg.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Proefschrift. Utrecht: CD-β Press.
- Gravemeijer, K.P.E. (2002). Didactisch gebruik van de lege getallenlijn - een persoonlijk perspectief - *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 21, nr. 2.
- Gravemeijer, K.P.E. (2002/2003). Betekenisvol rekenen. Op zoek naar de wiskunde in een contextopgave. *Willem Bartjens*. jaargang 22, nr. 4.
- Gravemeijer, K.P.E. (2005). *Revisiting 'Mathematics education revisited'*. Freudenthal 100, Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Gravemeijer, K.P.E. (1995). Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskunde-onderwijs. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 14, nr. 2.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, Buys, K. & Treffers, A. (2001). *Talteam: Kinderen leren rekenen*. Groningen Wolters-Noordhoff.
- Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Kok J.J.M. (2004). *Talenten transformeren. Over het nieuwe leren en nieuwe leerarrangementen*. Apeldoorn: Garant.
- Milo B.F. & Ruijsenaars, A.J.J.M. (2003). Instructie en leerlingkenmerken - (on)mogelijkheden van realistische instructie in het sbo. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 22, nr 1.

Nelissen, J. (1990) *Praktijckahier reken/wiskunde onderwijs: interactie*. Gorinchem: de Ruiter.

Nelissen, J. (2000) Een pleidooi voor interactief leren in het reken-wiskunde onderwijs. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 19, nr. 1.

Nelissen, J. & Oers, B. van (2000) *Reken maar!* Baarn: Bekadidact.

Nelissen, J. (2001). Interactie, een vakpsychologische analyse (1). *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 20, nr. 4.

Nelissen, J. (2002). Interactie, een vakpsychologische analyse (2). *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 21, nr. 1.

Nelissen J., Boswinkel, N. & Goeij, E. de (2007). Realistisch reken-wiskundeonderwijs in het sbo (1). Theorie, vragen en perspectieven. *Tijdschrift voor orthopedagogiek*, jaargang 46, 7/8.

Oonk, W., Zanten, M. van & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 26, nr.3.

Ruijsenaars, A.J.J.M., (1992). *Rekenproblemen. Theorie, diagnostiek, behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.

Ruijsenaars, A.J.J.M., Luit, J.E.H. van & Lieshout, E.C.D.M. van (2004). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.

Timmermans, R. (2005). *Addition and subtraction strategies: assessment and instruction*. Academisch proefschrift, Radboud Universiteit Nijmegen.

Treffers, A. (2005). *De (on)navolgbare Freudenthal*. Freudenthal 100, Utrecht: Freudenthal Instituut.

Vedder, P. (2001). Realistisch rekenen en rekenzwakke, allochtone kinderen. Onderwijskansen op tafel - *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 20, nr. 4.

With, J.F. de (2004). Leerkrachtvaardigheden in het realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, jaargang 23, nr.2.

Bijlage 1 Diagnostisch gesprek Maatwerk

1. Optellen tot en met 100	
Opgaven	Berekeningen
23+15 42+57 24+66 37+15 48+37	

2. Bouwstenen voor het optellen tot en met 100	
Opgaven	Berekeningen
a. Optellen met tientallen 30+40 20+60 40+50	
b. Tientallen plus eenheden 30+6 50+4 3+60 7+90	
c. Willekeurig getal plus eenheden zonder tientaloverschrijding 43+4 84+6 3+35 7+63	
d. Willekeurig getal plus eenheden met tientaloverschrijding 38+5 56+7 8+27 9+87	

e. Willekeurig getal plus tientallen $26+30$ $38+40$ $43+50$	
f. Optellen met eenheden zonder tientaloverschrijding $6+3$ $5+2$ $3+4$ $2+7$	

g. Optellen met eenheden met tientaloverschrijding $8+3$ $7+5$ $4+7$ $3+9$	
h. Splitsingen tot 10 $6+..=10$ $2+..=10$ $3+..=10$ $5+..=10$	

1. Aftrekken tot en met 100	
Opgaven	
$38-15$ $87-54$ $70-36$ $61-17$ $94-38$	

2. Bouwstenen voor het aftrekken tot en met 100	
Opgaven	Berekeningen
a. Aftrekken van tientallen 70-40 90-60 80-50	
b. Willekeurig getal min eenheden of min tientallen 36-6 54-4 63-60 97-90	
c. Willekeurig getal min eenheden zonder tientaloverschrijding 57-4 89-7 40-6	
d. Willekeurig getal min eenheden met tientaloverschrijding 42-5 53-7 84-9	
e. Willekeurig getal min tientallen 76-30 68-40 97-50	
f. Getal onder de 10 min eenheden 9-6 5-3 8-5 7-3	

Bijlage 2 Enquête rekenen

Beste collega's,

In dit laatste jaar van mijn RT opleiding doe ik een onderzoek naar zwakke rekenaars en de problemen, die zij tegenkomen in het realistisch rekenonderwijs.

Er zijn een aantal redenen, waarom ik dit onderwerp heb gekozen. Telkens zie ik, dat zwakke rekenaars tegen min of meer dezelfde problemen aanlopen, zoals:

- ze hebben moeite met contextopgaven
- ze hanteren verschillende oplossingsstrategieën willekeurig door elkaar
- ze hebben moeite met automatiseren, etc.

De onderzoeksvraag, die ik geformuleerd heb, is:

Hoe kan ik zwakke rekenaars ondersteunen bij de problemen, die ze ondervinden in het realistisch rekenonderwijs?

Mijn doel is om beter aan te kunnen sluiten bij de onderwijsbehoefte van de zwakke rekenaars.

Om een compleet beeld te krijgen van het rekenonderwijs op onze school en om duidelijk te krijgen hoe de collega's met zwakke rekenaars omgaan, wil ik jullie vragen om deze enquête in te vullen. Met de resultaten van de enquête en het onderzoek wil ik adviezen en werkwijzen ontwikkelen, zoals tijdige signalering, een eventuele aanpassing van de methode en ondersteunend materiaal.

De enquête kun je digitaal invullen, maar het is natuurlijk ook mogelijk om hem uit te printen en met de hand in te vullen.

Deel 1 van de enquête bestaat uit een aantal meerkeuzevragen en twee open vragen. Bij de meerkeuzevragen kun je met een muisklik op een gearceerd hokje het gekozen antwoord aanklikken, er zal dan een kruisje verschijnen in het hokje. Bij de meerkeuzevragen zijn meerdere antwoorden mogelijk.

Bij de open vragen kun je de grijze tekstvakken gebruiken om je antwoord in te vullen.

Deel 2 van de enquête bestaat uit een aantal stellingen. Hier kun je aanvinken: mee oneens, gedeeltelijk mee oneens, gedeeltelijk mee eens, mee eens.

Wanneer er onduidelijkheden zijn, kun je mij natuurlijk een vraag stellen. Ook opmerkingen of tips zijn altijd welkom.

Alvast bedankt voor het invullen.

Inge Veltmans

Deel 1

Inleiding

1. Aan welke groep geef je instructie rekenen?

Klassenmanagement

2. Hoe is de klas ingedeeld?

- ☐ de kinderen zitten in zelfgekozen groepjes
- ☐ de kinderen zitten in door de leerkracht bepaalde groepjes
- ☐ de kinderen zijn heterogeen gegroepeerd
- ☐ de klas is in 3 groepen verdeeld, een zwakke, een gemiddelde en een sterke groep
- anders, namelijk

3. Hoe functioneert de instructietafel in jouw groep?

- ☐ aan de instructietafel kunnen kinderen op eigen initiatief plaatsnemen
- ☐ de leerkracht wijst een groepje kinderen aan, dat verlengde instructie krijgt
- anders, namelijk

Instructie

4. Hoe vindt de instructie plaats?

- ☐ kinderen met een eigen leerweg doen niet mee met de klassikale instructie
- ☐ de hele groep doet mee met de instructie
- ☐ zwakke rekenaars krijgen verlengde instructie
- anders, namelijk:

Differentiatie

5. Op welke wijze vindt differentiatie voor zwakke rekenaars plaats in jouw groep?
- ☐ zwakke rekenaars maken minder werk; zij bepalen zelf wat zij overslaan
 - ☐ zwakke rekenaars maken minder werk; de leerkracht bepaalt wat zij overslaan
 - ☐ zwakke rekenaars krijgen verwerkingsstof op eigen niveau anders, namelijk:

Materialen

6. Welke materialen mogen zwakke rekenaars gebruiken?
- ☐ rekenrek
 - ☐ getallenlijn
 - ☐ MAB materiaal anders, namelijk
7. Hoe gebruiken de kinderen de materialen?
- ☐ het materiaal hebben zij in hun laatje
 - ☐ materiaal ligt op een centrale plaats
 - ☐ kinderen mogen alleen op aanwijzing van de leerkracht materiaal gebruiken
 - ☐ kinderen gebruiken materiaal alleen aan de instructietafel anders, namelijk:
8. Voer je aanpassingen uit ten aanzien van de methode? Zo ja, welke?
- ☐ ik minimaliseer het aantal oplossingsstrategieën
 - ☐ ik leer zwakke rekenaars één oplossingsstrategie aan
 - ☐ opgaven, waarbij ik problemen voorzie voor zwakke rekenaars, laat ik overslaan anders, namelijk:

9. Welke ondersteunende handelingen pas je toe bij zwakke rekenaars?

10. Waar loop je het meest tegenaan bij de begeleiding van zwakke rekenaars?

11. Waar heb je het meest behoefte aan als het gaat om het begeleiden van zwakke rekenaars?

- ☐ overleg met collega's
 - ☐ begeleiding door de RT-er
 - ☐ begeleiding door de IB-er
 - ☐ begeleiding vanuit externe experts
 - ☐ aanvullende materialen
- anders, namelijk:

Deel 2

1. Pluspunt geeft voldoende aanwijzingen voor het begeleiden van zwakke rekenaars

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

2. Zwakke rekenaars moeten één oplossingsstrategie aanleren

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

3. Contexten bieden steun aan zwakke rekenaars

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

4. Het gebruik van modellen biedt steun aan zwakke rekenaars

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

5. Zwakke rekenaars hebben moeite om de transfer te maken van modellen naar kale sommen

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

6. Voor zwakke rekenaars is cijferen gemakkelijker dan kolomsgewijs rekenen

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

7. Rekenproblemen ontstaan doordat het automatiseren van basisvaardigheden te traag verloopt

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

8. Er moet voor zwakke rekenaars meer rekentijd worden ingeroosterd

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

9. Het is nodig, dat wij op onze school de begeleiding van zwakke rekenaars op elkaar afstemmen en dat we hier afspraken over maken

mee oneens ☐ gedeeltelijk mee oneens ☐ gedeeltelijk mee eens ☐ mee eens ☐

Ruimte voor extra opmerkingen: