



Werken met de vertaalcirkel

Het creëren van begrip van de relatie tussen vermenigvuldig- en
deelsommen



Kirstie Schoorlemmer

3164403

Master EN Leren

Nettie Veeninga

Juni 2017

Inhoud

Samenvatting.....	3
Hoofdstuk 1: Probleemanalyse	4
1.1 Context	4
1.2 Aanleiding & probleemstelling.....	4
1.3 Praktijkprobleem & relevantie	4
1.4 Doel van het onderzoek	5
1.5 Opbouw PGO.....	5
Hoofdstuk 2: Theoretisch kader	6
2.1 Rekenontwikkeling	6
2.1.1 Hoofdlijnenmodel.....	6
2.1.2 Handelingsmodel en ijsberg-metafoor.....	7
2.2 Leerlijn vermenigvuldigen en delen	8
2.2.1 Vermenigvuldigen	8
2.2.2 Delen.....	8
2.3 Vertaalcirkel.....	9
2.4 Onderzoeksvraag.....	9
Hoofdstuk 3: Onderzoeksstrategie en methoden	11
3.1 Onderzoeksstrategie	11
3.2 Methoden.....	11
3.2.1 Interview leerkrachten	11
3.2.2 Lessenserie	12
3.2.3 Vragenlijst leerlingen.....	12
3.2.4 Logboek	12
3.3 Respondenten	12
3.4 Triangulatie, betrouwbaarheid en validiteit.....	13
3.4.1 Triangulatie.....	13
3.4.2 Betrouwbaarheid.....	13
3.4.3 Validiteit	13
3.5 Ethiek.....	13
Hoofdstuk 4: Analyse en resultaten	15
4.1 Vragenlijst leerlingen beginmeting/eindmeting	15
4.1.1 Verhaal	15
4.1.2 Tekening	16
4.1.3 Getallenlijn	17
4.1.4 Welke som hoort erbij?	18

4.2 Bijzonderheden logboek.....	19
4.3 Interview leerkrachten	19
Hoofdstuk 5: Conclusie en discussie	20
5.1 Conclusie	20
5.2 Discussie	21
5.2.1 Bijdragen kennisontwikkeling en praktijkontwikkeling.....	21
5.2.2 Reflectie onderzoek.....	21
5.3 Praktische opbrengsten en aanbevelingen	22
5.3.1 Betekenis beroepsgroep.....	22
5.3.2 Aanbevelingen school.....	22
5.3.3 Aanbevelingen vervolgonderzoek.....	22
Literatuurlijst	23
Bijlagen	24
Bijlage 1: Vragenlijst leerlingen	24
Bijlage 2: Interview leerkrachten	30
Bijlage 3: Lessenserie.....	31
Les 1.....	31
Les 2.....	31
Les 3.....	32
Les 4:.....	32
Les 5:.....	33
Les 6:.....	33

Samenvatting

Dit onderzoek is gericht op het begrip van de vermenigvuldig- en deelsommen en de relatie hiertussen. Er is onderzocht hoe het werken met de vertaalcirkel hieraan kan bijdragen. De vertaalcirkel van Borghouts (2012) en Van Erp (1996) is een werkwijze, waarbij bij de bewerkingen vermenigvuldigen en delen diverse vertalingen wordt gemaakt. Te denken valt aan het weergeven van de situatie in een tekening, in een verhaal en op bijvoorbeeld een getallenlijn. Het onderzoek heeft plaatsgevonden in groep 5/6. Aanleiding hiervoor was het ontbreken van begrip van leerlingen op het gebied van vermenigvuldigen en delen, zo bleek tijdens de begeleiding van de leerlingen en tijdens de reguliere rekenlessen.

Om inzicht te krijgen hoe de rekenontwikkeling van leerlingen verloopt is er literatuurstudie geweest. Deze ontwikkeling is gebaseerd op het handelingsmodel van Van Groenestijn, Borghouts & Janssen (2011). Dit houdt in dat er op verschillende niveaus gehandeld kan worden (informeel handelen, concreet voorstellen, abstract voorstellen en formeel handelen). Het verwoorden van de handeling loopt hier als een rode, belangrijke draad doorheen. In de literatuurstudie is ook onderzocht wat de leerlijn van vermenigvuldigen en delen is. Als laatste is hierin beschreven wat de vertaalcirkel is en hoe deze gekoppeld kan worden aan het handelingsmodel en het drieslagmodel.

Onder de leerlingen van groep 5/6 is een vragenlijst afgenomen. Hieruit bleek dat de leerlingen weinig tot geen begrip hadden van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen. Ook de leerkrachten bevestigden dit in afgenomen interviews. Vanuit de beginsituatie is er gekozen om zes weken lang te gaan werken met de vertaalcirkel aan de begripsvormingsfase. Leerlingen hebben bij verschillende vermenigvuldig- en deelsommen vertalingen gemaakt. Dit waren de vertalingen door middel van het weergeven van de situatie in blokjes, in een verhaal, in een tekening en op de getallenlijn. Dit heeft ervoor gezorgd dat er verschillende niveau van het handelingsmodel zijn behandeld. Aan het eind van de lessenserie heeft er een eindmeting plaatsgevonden en zijn de resultaten geanalyseerd. Hieruit is gebleken dat het begrip van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen is toegenomen. De begripsvormende fase is doorlopen, waardoor de volgende stap in de leerlijn zou zijn het aanleren van oplossingsprocedures volgens het hoofdlijnenmodel van Van Groenestijn, Borghouts en Janssen (2011). De vertaalcirkel biedt leerkrachten de mogelijkheid om te gaan werken aan de begripsvormende fase.

Uit het onderzoek is gebleken dat het werken met de vertaalcirkel zeker effect heeft op de begripsvorming. Verder zou kunnen worden onderzocht of en hoe de vertaalcirkel ook ingezet zou kunnen worden in de volgende stap van de leerlijn: het ontwikkelen van oplossingsprocedures.

Hoofdstuk 1: Probleemanalyse

In dit hoofdstuk wordt eerst de context waarin het onderzoek plaatsvindt, beschreven. Vervolgens wordt de aanleiding van het onderzoek weergegeven. Het praktijkprobleem en de relevantie volgen hierop. Het hoofdstuk wordt afgesloten met het onderzoeksdoel en de beschrijving van de opbouw van het verder onderzoek.

1.1 Context

Het onderzoek is uitgevoerd op een kleine basisschool in Overijssel. De school heeft ongeveer 60 leerlingen. De school is onderdeel van de stichting Catent. Er wordt gewerkt met combinatiegroepen. Dit zijn de groepen 1-2-3, 4-5-6 en 7-8. Ik loop stage op deze basisschool voor de master EN. Ik begeleid hier groepjes leerlingen die extra zorg nodig hebben. Deze begeleiding vindt met name plaats in groep 4-5-6. Het onderzoek heeft daarom ook plaatsgevonden in groep 5-6.

1.2 Aanleiding & probleemstelling

De aanleiding voor dit onderzoek is de nieuwsgierigheid naar het begrip van keer- en deelsommen bij kinderen. De onderzoeker heeft tijdens de extra begeleiding van leerlingen gemerkt, dat dit vaak problemen geeft bij de leerlingen. Ook de leerkrachten merken dit tijdens de lessen. De leerlingen in de onderbouw leren de basissommen tot 20 en de tafels. Vanaf groep 5 komen hier ook de deelsommen bij. Wanneer deze sommen in een context voorkomen, hebben de kinderen geen idee wat ze moeten uitrekenen en hoe ze dit kunnen doen. De leerkrachten lopen tegen het feit aan, dat kinderen bij context sommen vastlopen. De leerlingen hebben geen idee wat keer- en vermenigvuldigingsommen betekenen. De leerkrachten zijn op zoek naar een effectieve manier, waarop kinderen begrip kunnen creëren bij vermenigvuldiging- en deelsommen.

1.3 Praktijkprobleem & relevantie

Er zijn diverse redenen om aan de slag te gaan met het praktijkprobleem, begrip creëren bij vermenigvuldiging- en deelsommen. Ten eerste is het gekozen vanuit eigen interesse. Ik studeer af in de richting 'leren'. Het creëren van begrip is ook gekozen omdat er elke les tegen het probleem aangelopen wordt. Ook vormen context sommen een groot onderdeel van de Cito-toets die wordt afgenomen. Volgens Borghouts en Notten (2015) en Bouwers en Van Goor (1998) is het creëren van begrip de eerste stap in het proces naar automatiseren. Het automatiseren van de tafel- en deelsommen is één van de kerndoelen waarnaar gestreefd moet worden.

Het TAL-team (2001) heeft een kerndoel opgesteld die betrekking heeft op het automatiseren. Kerndoel 27:

"De leerlingen leren de basisbewerkingen met gehele getallen in elk geval tot 100 snel uit het hoofd uitvoeren, waarbij optellen en aftrekken tot 20 en de tafels van buiten gekend zijn."

Volgens Veltman en Van den Heuvel-Panhuizen (2010) is één van de tussendoelen, dat de leerlingen eind groep 5 de basissommen hebben geautomatiseerd. Dit zijn de sommen tot 20 en de tafels. In de hogere groepen wordt deze kennis dan onderhouden. Bij de leerlingen in groep 5 en 6 de sommen echter nog niet geautomatiseerd. Wanneer er niet voldoende wordt geautomatiseerd, vraagt het oplossen van sommen veel van het werkgeheugen. Wanneer de basissommen geautomatiseerd zijn, kost het minder van het werkgeheugen en blijft er meer ruimte over om oplossingsprocedures uit te voeren. Er zal eerst gewerkt moeten worden aan het begrip. Zo weten kinderen wat ze uitrekenen. Vervolgens zullen ze de oplossingsstrategieën sneller eigen maken, om vervolgens tot het automatiseren te komen (Bouwers & Van Goor, 1998).

Er is gekozen om onderzoek te doen naar de sommen van vermenigvuldigen en delen. Deze sommen vormen volgens Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen (2010) samen met de sommen tot 20 de basis voor de lastigere bewerkingen (bijvoorbeeld bij een som als 16×8 , want daarvoor moeten leerlingen de sommen 10×8 en 6×8 kennen). Wat ik in de praktijk vooral zie, is dat de leerlingen op dit moment bezig zijn met het automatiseren van de tafels. Echter, wanneer ik vraag naar wat de leerlingen aan het uitrekenen zijn, kunnen ze hier geen antwoord op geven. Als er context sommen uitgerekend moeten worden, komen veel leerlingen hier niet uit. Ze missen het begrip van tafels en daardoor ook de betekenis van deelsommen. Wat betekenen deze sommen eigenlijk?

1.4 Doel van het onderzoek

Het doel van het onderzoek is het creëren van begrip van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen door middel van de vertaalcirkel bij leerlingen in groep 5 en 6 (Borghouts, 2012; Van Erp, 1996). Door gebruik te maken van de vertaalcirkel, wordt er gewerkt aan de eerste stap binnen de leerlijn, namelijk begripsvorming. Dit houdt in dat de kinderen weten wat een vermenigvuldiging- of deelsom betekent, inclusief de rekentaal (keer, delen) die hierbij komt kijken. Wanneer de basis (begripsvorming en ontwikkelen van oplossingsprocedures) niet stevig aanwezig is, zal ook het automatiseren lastig worden. Door te werken met de vertaalcirkel, wordt er meer begrip gecreëerd. Doordat er meer begrip is, hopen de leerkrachten dat het oplossen van context sommen waarin vermenigvuldig- en deelsommen voorkomen, voor de leerlingen gemakkelijker wordt en dat zij handvatten krijgen om te werken aan het begrip.

1.5 Opbouw PGO

In het volgende hoofdstuk wordt het theoretisch kader beschreven. Hierin wordt uiteen gezet hoe kinderen leren vermenigvuldigen en delen en de relatie hiertussen. In het derde hoofdstuk worden de onderzoeksmethode besproken. Hoofdstuk vier bevat de onderzoeksresultaten en de analyse van deze resultaten. Vervolgens wordt in hoofdstuk vijf de conclusie weergegeven. Ook worden er in dit hoofdstuk de mogelijke beperkingen, vervolgvragen, discussiepunten en aanbevelingen getoond.

Hoofdstuk 2: Theoretisch kader

In dit hoofdstuk wordt het theoretisch kader rond het onderwerp begrip creëren tussen vermenigvuldig- en deelsommen weer gegeven. Het theoretisch kader is onderverdeeld in de volgende onderwerpen:

2.1 Rekenontwikkeling

2.1.1 Hoofdpijnenmodel

Een algemene goede rekenontwikkeling verloopt via vier hoofdpijnen. De vier hoofdpijnen zijn begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen en flexibel toepassen. Deze fasen hebben een cyclisch verloop, zoals aangegeven in figuur 1. Elke fase moet beheerst worden, voordat er naar de volgende fase gegaan kan worden (De Pater, 2014).



Volgens Van Groenestijn, Borghouts en Janssen (2011) wordt er tijdens de begripsvorming betekenis verleent aan het rekenwiskundig handelen. Leerlingen ontwikkelen rekenwiskundige concepten (erin, eruit, erbij, eraf enz.) Ook wordt er rekentaal ontwikkeld.

Figuur 1: Vier hoofdpijnen in de rekenontwikkeling. M. Van Groenestijn, C. Borghouts & C. Janssen, 2011.

Tijdens het ontwikkelen van oplossingsprocedures wordt er gewerkt aan de basisbewerkingen, complexere basisbewerkingen, schatten en precies rekenen, hoofdrekenen, rekenen op papier en werken met een rekenmachine. Er worden oplossingsprocedures aangeleerd om dit te kunnen doen. Dit wordt aangeleerd door te oefenen. Oefenen kan gedaan worden op veel verschillende manieren.

- **Betekenisvol oefenen**
Het oefenen moet aansluiten bij wat de kinderen interesseert. Het moet passen in het proces van betekenisvol leren, de conceptontwikkeling en het ontwikkelen van procedures. Dit is ook te zien in de eerste fase van het handelingsmodel. Een voorbeeld is bijvoorbeeld het werken over een winkel. Hier moet bijvoorbeeld betaald of ingepakt worden, wat zorgt voor veel rekensituaties die betekenisvol kunnen zijn voor leerlingen. Ze komen deze situaties namelijk ook in de dagelijkse praktijk tegen.
- **Productief oefenen**
Leerlingen construeren zelf passende bewerkingen bij een context. De leerlingen maken dan zelf tekeningen of schema's die passen bij de context.
- **Associatief en flexibel oefenen**
Voorwaarde voor het ontwikkelen van geordende netwerken van samenhangende kennis en vaardigheden. Bijvoorbeeld het verdubbelen, koppelen aan het vermenigvuldigen. Leerlingen moeten bijvoorbeeld leren dat 2×3 hetzelfde is als $3 + 3$.
- **Multi-channel oefenen**
Leerlingen maken vaak gebruik van sterke kanten bij het oplossen. Wanneer een leerling heel visueel ingesteld is, zal deze steeds beter worden in het visueel waarnemen. Als leerkracht is het dan belangrijk dat bijvoorbeeld het verwoorden ook wordt geoefend. De leerkracht moet stimuleren om dan ook bijvoorbeeld het auditieve waarnemen te stimuleren.
- **Effectief oefenen**
Alle leerlingen hebben baat bij het effectief oefenen. Hoe meer rendement je haalt uit het oefenen, hoe beter.
- **Systematisch oefenen**
Alle leerstof moet systematisch aan bod komen. Dit zou de leerkracht kunnen doen door een planning per jaar/maand te maken.

- Regelmatig oefenen
Elke dag een uur rekenen, waarvan een half uur oefenen. Leerlingen moeten voldoende tijd krijgen om de vaardigheden te oefenen. Alleen instructie is niet voldoende.

Als laatste moeten de aangeleerde oplossingsprocedures flexibel worden toegepast. Leerlingen moeten weten welke oplossingsprocedure ze wanneer nodig hebben. Wanneer men kijkt naar het creëren van begrip, dan is dit de eerste stap in elke leerlijn. Dit geldt dus ook voor het creëren van begrip bij vermenigvuldig- en deelsommen. Deze stap is een voorwaarde voor het later kunnen rekenen met strategieën en het vlot kunnen rekenen. (Borghouts & Notten, 2015; Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011; Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

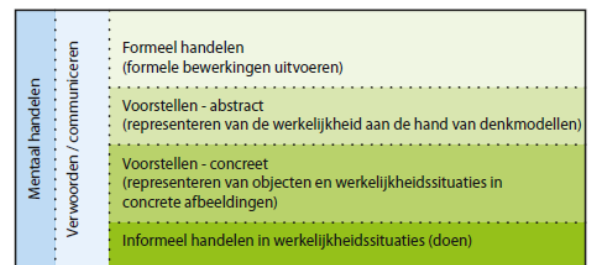
2.1.2 Handelingsmodel en ijsberg-metafoor

Groenestijn, Borghouts en Janssen (2011) hebben een handelingsmodel opgesteld, wat laat zien dat een leerling een bewerking kan uitvoeren op verschillende handelingsniveaus. Het handelingsmodel heeft een opbouw van informeel handelen naar formeel handelen. Op elk niveau is het belangrijk dat leerlingen verwoorden wat zij doen. Door te verwoorden en het handelen is het de bedoeling dat een leerling op een steeds hoger mentaal handelingsniveau komt. Het is als leerkracht belangrijk om rekening te houden met deze niveaus. Er wordt vaak te snel naar het hoogste niveau gegaan, terwijl er eerst aan de basis gewerkt moet worden. Volgens Ruijsenaars, Van Luit en van Lieshout (2015) blijkt dat, wanneer leerlingen problemen hebben met het formele rekenen, er in de fase ervoor al hiaten zijn ontstaan.

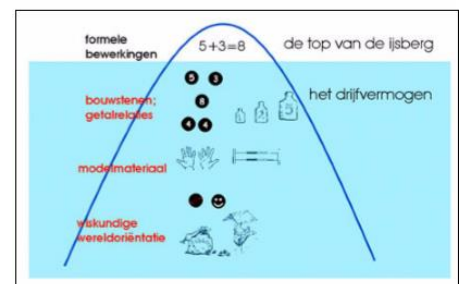
Boswinkel en Moerlands (2003) noemen het niveau van formeel handelen ook wel het topje van de ijsberg. Wanneer kinderen de top van de ijsberg bereiken, is er al een heel proces aan vooraf gegaan waarin leerlingen inhoud en betekenis aan getallen hebben verkend waarmee uiteindelijk wordt gerekend.

Beide modellen zijn goed te koppelen aan elkaar. De ijsbergmetafoor geeft vooral 'het wat' weer (inhoudelijke gelaagdheid). Het handelingsmodel legt meer de nadruk op de processen die plaatsvinden (het hoe).

Ook is het handelingsmodel goed te koppelen aan het hoofdlijnenmodel. De eerste fase hierbinnen is de begripsvormingsfase. Tijdens deze fase is het van belang dat leerlingen bij een vermenigvuldigings- en deelsituatie eerst werkelijk iets gaan doen, ervaren. Vervolgens wordt er een afbeelding gemaakt van de situatie. Zo wordt de tweede fase van het handelingsmodel bereikt (voorstellen- concrete situatie). Vervolgens wordt de afbeelding schematisch weergegeven. Bijvoorbeeld in een groepsmodel of rechthoekmodel. Als laatste wordt de formele som er aan gekoppeld. Dan wordt de vierde fase van het handelingsmodel bereikt.



Figuur 2: Handelingsmodel. M. Van Groenestijn, C. Borghouts & C. Janssen, 2011.



Figuur 3: Het topje van de ijsberg. N. Boswinkel en F. Moerlands, 2003.

2.2 Leerlijn vermenigvuldigen en delen

2.2.1 Vermenigvuldigen

Volgens Veltman en Van den Heuvel-Panhuizen (2010), verloopt het leren van de tafels via verschillende fasen. Dit zijn de begripsvormende fase, reconstructiefase, reproductiefase en de consolidatiefase.

In de begripsvormende fase maken kinderen kennis met de tafels in verschillende toepassingen. Het accent ligt op het verwerven van begrip. Het vermenigvuldigen begint met verkennen vanuit het herhaald optellen ($2+2+2+2+2$). In deze fase is er vooral sprake van tellend rekenen. Er wordt eigenlijk niet vermenigvuldigd maar herhaald opgeteld. In deze fase is het belangrijk dat leerlingen vooral handelen bezig zijn. De handelingen moeten ondersteund worden met concreet materiaal.

Tijdens de begripsvormende fase komen ook de verwisseleigenschap en de verdeeleigenschap aan bod. Bij de verwisseleigenschap is het rechthoekmodel van groot belang om begrip te krijgen ($4 \times 6 = 6 \times 4$). Bij de verdeeleigenschap gaat het erom dat kinderen de som 6×8 kunnen berekenen door 5×8 en 1×8 erbij.

In de reconstructiefase leren de kinderen hoe ze de antwoorden op de tafels kunnen uitrekenen. Ze gebruiken hiervoor strategieën als verdubbelen, halveren, één keer meer, één keer minder. De strategieën helpen de tafelkennis memoriseren. Aan de hand van de strategieën, kunnen nog niet gememoriseerde vermenigvuldigssommen namelijk toch uitgerekend worden. Bij het aanleren van de strategieën wordt er gebruikt gemaakt van de structuur van sommen. Zo kan de som 6×4 eenvoudig opgelost worden door $5 \times 4 + 1 \times 4$ uit te rekenen.

Om een volgende stap te maken, zal de som niet meer worden weergegeven in een context, maar wordt de context weergegeven in een model. Dit zijn het lijnmodel (kralenketting, rekenrek, getallenlijn), groepsmodel (MAB-materiaal, turven, geld, rekenrek) en het rechthoekmodel (schema met tegels) (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

In de reproductiefase wordt gewerkt aan het memoriseren van alle tafelproducten. De strategieën om tafels te leren worden steeds meer verkort. Er wordt gericht gewerkt aan het memoriseren van alle tafelproducten. Dit kan gedaan worden door bijvoorbeeld oefenrijtjes.

In de consolidatiefase moeten de tafels uit het hoofd gekend worden. Het inslijpen van de tafels gaat nog verder. De tafels worden door elkaar aangeboden. Ook worden de tafels in verschillende situaties toegepast. Het inslijpen en onderhouden van de tafelkennis kost tijd. Het is belangrijk om ook in de bovenbouw aandacht te blijven besteden aan de tafels, zodat deze kennis actueel blijft.

2.2.2 Delen

Het delen verloopt via dezelfde weg als het leren vermenigvuldigen. Wel is het volgens Oonk, Keijzer, Lit, Den Engelsens, Lek & Van Waveren Hogervorst (2011) een voorwaarde dat kinderen kennis hebben van vermenigvuldigen en hier op structurerend niveau mee kunnen rekenen. Dit houdt in dat leerlingen handig gebruik maken van de structuur van sommen. Bijv. bij de som 4×3 kunnen de kinderen eerst 2×3 uitrekenen en het antwoord vervolgens verdubbelen.

Leerlingen moeten ook, net zoals bij het vermenigvuldigen, eerst begrip creëren. Anders dan bij het vermenigvuldigen wordt er in de reconstructiefase gebruik gemaakt van de volgende strategieën:

- Herhaald aftrekken (bijv. $20:4$, wordt uitgerekend door $20-4=16$ $16-4=12$, $12-4=8$, $8-4=4$, $4-4=0$. Vijf keer vier eraf, dus het antwoord is 5.
- Halveren ($40:4=10$, dus $20:4=5$)
- Distributieve eigenschap ($28:4 = (20:4) + (8:4) = 5+2$)
- Opvermenigvuldigen ($20:4=5$ want $5 \times 4=20$)

Het is belangrijk om kinderen altijd op te wijzen op de inverse relatie tussen vermenigvuldigen en delen. $18:6$ kan men immers ook uitrekenen met de keersom 6×3 . Als het vermenigvuldigen goed

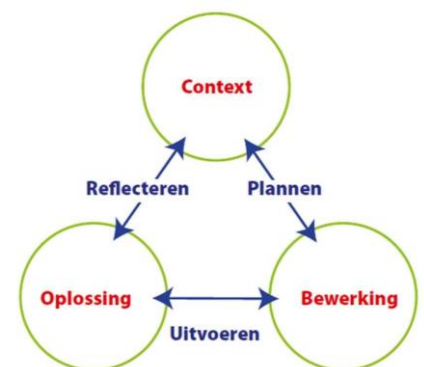
beheerst wordt, zal men merken dat het delen sneller op formeel niveau plaatsvindt. Dit komt, doordat een groot deel van de begripsvorming en het aanleren van strategieën al heeft plaatsgevonden tijdens het leren van keersommen (Veltman en Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

2.3 Vertaalcirkel

Borghouts (2012) en Van Erp (1996) hebben de vertaalcirkel ontworpen om te werken aan het begrip van bewerkingen en strategieën en het voorstellingsvermogen van kinderen. Bij de vertaalcirkel wordt er gewerkt vanuit de context. Door te werken met een context wordt er een koppeling gemaakt tussen formele rekentaal en contextopgaven, waardoor deze kloof kleiner wordt. Via diverse vertalingen wordt er een scherp beeld opgebouwd van de situatie. Wat er telkens gebeurt, is het volgende: een praktisch probleem wordt omgezet naar een bewerking. Deze bewerking wordt uitgevoerd. Vervolgens wordt het resultaat van de bewerking teruggekoppeld naar het oorspronkelijke probleem. Een situatie kan dus op verschillende manieren 'vertaald' worden:

- Een situatie concreet uitspelen
- Een situatie weergeven in een verhaal (contextopgave)
- Een handeling uitvoeren met blokken/fiches
- Een situatie tekenen/schetsen
- Een situatie weergeven op de getallenlijn
- Een situatie weergeven in een som (bewerking)

De vertaalcirkel is te koppelen aan het drieslagmodel. De drie onderdelen van dit model zijn de context, bewerking en oplossing. Aan deze onderdelen wordt gewerkt door betekenis verlenen, uitvoeren en reflecteren. Wanneer er wordt gewerkt met de vertaalcirkel, dan wordt er vooral gewerkt aan het onderdeel bewerking. Er wordt gekeken hoe men van de context naar een bewerking kan komen. Maar ook wordt er bij een bewerking een context bedacht. Het drieslagmodel is voor mij nog een vrij abstract model. Het is voor mij meer een model dat mij kennis geeft. De vertaalcirkel biedt meer mogelijkheden om direct toe te passen in de praktijk, waardoor de vertaalcirkel het uitgangspunt van het onderzoek wordt. De vertaalcirkel is ook te koppelen aan het handelingsmodel. De vertalingen kunnen namelijk plaats vinden op informeel niveau, maar ook kunnen leerlingen de situatie weergeven aan de hand van concrete afbeeldingen, denkmodellen en als laatste een formele som. Tijdens het doen van de vertalingen wordt er continue verwoord wat de leerlingen doen. (Borghouts, 2012; Van Erp, 1996; Van Groenestijn, Borghouts en Janssen, 2011).



Figuur 4: Drieslagmodel. M. Van Groenestijn, C. Borghouts & C. Janssen, 2011.

2.4 Onderzoeksvraag

Naar aanleiding van het praktijkprobleem en het theoretisch kader is de volgende hoofdvraag opgesteld:

“Hoe kan de vertaalcirkel bijdragen aan het creëren van begrip van de relatie tussen vermenigvuldigen en deelsommen?”

Antwoord op deze vraag wordt gegeven door een aantal praktische deelvragen:

- Hoe is het gesteld met het begrip tussen vermenigvuldigen en delen op dit moment (februari 2017)?
- Op welke wijze wordt er binnen de school gewerkt aan het creëren van begrip tussen vermenigvuldigen en deelsommen?
- Hoe is het gesteld met het begrip tussen vermenigvuldigen en delen als er 6 weken met de vertaalcirkel wordt gewerkt?

Antwoord op de hoofdvraag wordt gegeven door als eerst de theorie te behandelen, zoals in dit hoofdstuk beschreven is. Vervolgens wordt er gekeken hoe het vermenigvuldigen en delen gaat op dit moment. Vanuit daar wordt er een plan gemaakt hoe de vertaalcirkel ingezet kan worden om het creëren van begrip van de relatie tussen vermenigvuldigen en delen te ontwikkelen. Dit plan wordt gedurende 6 weken uitgevoerd. Vervolgens wordt er gekeken of het begrip is ontwikkeld.

Hoofdstuk 3: Onderzoeksstrategie en methoden

In dit hoofdstuk wordt beschreven welke onderzoeksstrategie er is gekozen en waarom. Er wordt ook beschreven welke methoden er bij dit onderzoek ingezet worden en wie de respondenten zijn.

3.1 Onderzoeksstrategie

De onderzoeksstrategie van dit onderzoek is een ontwerponderzoek. Er wordt gewerkt volgens het model van de vertaalcirkel. De onderzoeker gaat 6 weken lang, tijdens de rekenlessen, aan de slag met de vertaalcirkel. Door de vertaalcirkel in te zetten op het gebied van creëren van begrip bij vermenigvuldig- en deelsommen, wordt er gekeken of het gemaakte ontwerp hieraan bij heeft gedragen. Er wordt op deze wijze op een systematische manier gewerkt aan het praktijkprobleem. (Van der Donk & Van Lanen, 2009).

Tijdens dit onderzoek wordt er een innovatie gedaan. Van der Donk en Van Lanen (2009) geven hiervoor de volgende definitie:

‘Een innovatie is een idee, gebruik of object dat als nieuw wordt ervaren door de doelgroep, bijvoorbeeld door een individuele gebruiker of een organisatie. Het maakt niet uit of het idee ook echt nieuw is, het gaat om de ervaring van de nieuwheid door de gebruikers.’

Van der Donk en Van Lanen (2009) beschrijven dat het ontwerponderzoek bestaat uit twee onderzoeksfasen. In de eerste fase wordt er een beschrijvend onderzoek uitgevoerd. Dit omvat het analyseren van het praktijkprobleem en het onderzoeken van bijpassende literatuur. Tijdens de tweede fase wordt de innovatiecyclus doorlopen. Hiervoor is het belangrijk dat er eerst een vooronderzoek plaatsvindt. Vervolgens wordt het ontwerp uitgevoerd en als laatste geëvalueerd. Tijdens dit onderzoek wordt het vooronderzoek gedaan door middel van een vragenlijst voor leerlingen en leerkrachten. Ook wordt er een tempotoets afgenomen bij de leerlingen om de huidige stand van zaken in beeld te brengen (Baarda, 2014).

3.2 Methoden

Tijdens het onderzoek worden er meerdere onderzoeksmethoden ingezet om antwoord te krijgen op de deelvragen en de hoofdvraag. De methoden zullen in deze paragraaf verder uitgewerkt worden.

3.2.1 Interview leerkrachten

Om te weten te komen wat de huidige leerkrachten van het creëren van begrip vinden en wat zij doen in de klas, is er gekozen om een interview af te nemen. Baarda (2014) beschrijft het interview als optie om mondeling informatie te verkrijgen. Wanneer de vragen van tevoren opgesteld zijn, is er sprake van een gestructureerd interview. Het afnemen van een interview ten opzichte van bijvoorbeeld een enquête kent veel voordelen:

- De interviewer kan doorvragen en daardoor meer persoonlijke meningen/ideeën verkrijgen
- Respons is gegarandeerd.
- De interviewer kan direct controleren of de vraag begrepen is.

De opzet van het interview is te vinden in bijlage 2. De resultaten van het interview zijn te vinden in hoofdstuk 4. In het interview wordt er aan de leerkrachten gevraagd hoe zij op dit moment keersommen en deelsommen aanbieden in de klas. Ook wordt er in het interview gevraagd naar persoonlijke ervaringen op het gebied van begrip tussen vermenigvuldig- en deelsommen. Vanuit het resultaat van het interview wordt er vervolgens gekeken of er in de huidige situatie aanbevelingen gedaan kunnen worden op het gebied van het aanbieden van vermenigvuldig- en deelsommen.

3.2.2 Lessenserie

De lessenserie wordt opgebouwd aan de hand van de vertaalcirkel van Van Erp (1996). Deze bestaat uit het maken van verschillende vertalingen. Er wordt gekozen om in de eerste les de vertaalcirkel te introduceren aan de leerlingen, omdat het een heel nieuw principe is. Vervolgens wordt er in de tweede en derde les aandacht besteed aan het weergeven van vermenigvuldigssommen met behulp van de vertaalcirkel. Veltman en Van den Heuvel-Panhuizen (2010) schrijven dat het structurerend kunnen vermenigvuldigen een voorwaarde is voor het delen. Daardoor is de keuze gemaakt om te beginnen met het vermenigvuldigen. De sommen die behandeld worden in de lessen, hebben een oplopende moeilijkheidsgraad. In les vier en vijf staat het delen centraal. Hierbij wordt er wel telkens een koppeling gemaakt naar het vermenigvuldigen. In les zes worden alle opgedane kennis en vaardigheden herhaald. De vertalingen die worden gemaakt, zijn te koppelen aan het handelingsmodel van Van Groenestijn, Borghouts en Janssen (2011). De leerlingen handelen informeel. Ze voeren een echte werkelijkheidssituatie uit. Vervolgens gaan de leerlingen de situatie weergeven met concrete afbeeldingen. De leerlingen geven de situatie weer op een denkmodel (getallenlijn) en als laatste voeren ze een formele berekening uit. Tijdens alle vertalingen wordt alles wat de leerlingen doen verwoord. De lessenserie is uitgewerkt en te vinden in bijlage 3.

3.2.3 Vragenlijst leerlingen

Aan het begin van het onderzoek wordt er bij de leerlingen een vragenlijst afgenomen, waarbij er wordt gekeken of de leerlingen begrip hebben bij sommen. Op deze vragenlijst staan 3 keersommen en 3 deelsommen. Dit zijn willekeurige sommen in oplopende moeilijkheidsgraad. Zo wordt er gekeken of het uit maakt of de leerlingen van één som geen begrip hebben, of van meerdere verschillende sommen. Aan de leerlingen wordt gevraagd om bij elke som een verhaaltje te maken, een tekening te maken en de som weer te geven op de getallenlijn. Op deze manier wordt er volgens de vertaalcirkel gekeken of de leerlingen begrip hebben bij een som (Van Erp, 1996). Er is gekozen om deze vertalingen te vragen, omdat deze op papier te toetsen zijn. Er is in verband met de tijd geen mogelijkheid tot mondeling toetsen. De vertalingen passen ook bij het ijsbergmodel en het handelingsmodel. Op deze manier wordt er gekeken of de basis (het begrip) aanwezig is (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). Bij de eindmeting wordt er aan de leerlingen gevraagd of de leerlingen bij de vermenigvuldigssom de juiste deelsom kunnen bedenken en andersom.

Dezelfde vragenlijst wordt nogmaals afgenomen aan het eind van het onderzoek. Zo kan er worden vastgesteld of het begrip bij de leerlingen is toegenomen. De vragenlijst is te vinden in bijlage 1. De leerlingen maken de vragenlijst na een lange periode opnieuw. Deze wordt niet besproken, waardoor er geen kans bestaat dat leerlingen antwoorden nog kennen.

3.2.4 Logboek

Tijdens de uitvoering van het onderzoek, houdt de onderzoeker een logboek bij. In dit logboek worden opvallende punten bijgehouden, maar ook hoe de uitvoering van het onderzoek verloopt. Volgens Van der Donk en Van Lanen (2012) is een logboek een hulpmiddel om systematisch ervaringen en overdenkingen vast te leggen die de onderzoeker belangrijk vindt. Deze resultaten kunnen dan geanalyseerd worden om vervolgens een conclusie te trekken. Het logboek is te vinden bij de lesbeschrijvingen in bijlage 3.

3.3 Respondenten

Er zijn diverse respondenten die mee doen aan het onderzoek. De verschillende respondenten tijdens dit onderzoek zijn leerkrachten, leerlingen, onderzoeker.

Het onderzoek wordt uitgevoerd in groep 5/6 van een reguliere basisschool. In totaal zijn dit 12 leerlingen. De leerlingen in deze groep hebben de leeftijd van 8-10 jaar. Het is een diverse groep met

verschillende niveaus. De groep bestaat uit 8 meisjes en 4 jongens. Alle kinderen nemen deel, om zo een zo veel mogelijk respondenten te krijgen.

Er nemen vier leerkrachten deel aan de vragenlijst. De leerkrachten geven verschillend les in de groepen 1/2/3, 4/5/6 en 7/8. Door leerkrachten uit de diverse groepen te interviewen, wordt er een beeld gevormd van de hele school. De leerkracht van groep 5/6 is hier onderdeel van.

De directie is ook betrokken bij het praktijkonderzoek. De directie is de praktijkbegeleider van de onderzoeker.

3.4 Triangulatie, betrouwbaarheid en validiteit

3.4.1 Triangulatie

Tijdens het onderzoek is het volgens Van der Donk en Van Lanen (2009) belangrijk om te zorgen voor triangulatie. Op deze manier wordt er gewerkt aan de betrouwbaarheid en validiteit van het onderzoek. Van der Donk en Van Lanen (2009) maken onderscheid tussen verschillende vormen van triangulatie. Zo is er brontriangulatie, methodische triangulatie en onderzoekertriangulatie. De eerste twee vormen vinden plaats tijdens dit praktijkgerichte onderzoek. Er wordt gebruik gemaakt van brontriangulatie op meerdere manieren. Ten eerste wordt er tijdens de literatuurstudie gebruik gemaakt van verschillende soorten literatuur. De bronnen zijn divers. Ook vindt er brontriangulatie plaats doordat er verschillende bronnen geraadpleegd worden, waaronder leerlingen, leerkrachten, directie en literatuur. Er is ook sprake van methodische triangulatie. Er wordt namelijk gebruik gemaakt van verschillende methoden. Dit zijn een vragenlijst voor de leerlingen, interview onder leerkrachten en observaties die tijdens het uitvoeren van het onderzoek worden ingezet door de onderzoeker. Ook wordt de lessenserie gebruikt als instrument om te kunnen zien of leerlingen begrip ontwikkelen tussen vermenigvuldig en deelsommen komen.

3.4.2 Betrouwbaarheid

Baarda (2014) beschrijft betrouwbaarheid als de mate waarin een meting onafhankelijk is van het toeval. Om de betrouwbaarheid te verhogen wordt de meting onder meerdere leerlingen en leerkrachten gedaan. Dit zorgt ervoor dat de toevalligheid van de meting afneemt. Hierdoor kan de betrouwbaarheid worden vergroot. De vragenlijsten en toetsen worden in een, voor de leerlingen en leerkrachten, veilige omgeving afgenomen. Ook het uitvoeren van het ontwerp vindt plaats in een veilige omgeving. Zo kan de omgeving geen rol spelen in de uitkomsten van de metingen.

3.4.3 Validiteit

Volgens Van der Donk en Van Lanen (2009) en Baarda (2014) is validiteit dat er datgene onderzocht wordt, wat er onderzocht moet worden. De instrumenten die worden ingezet dragen bij aan het doel van het onderzoek. Er wordt gewerkt met een logboek, interview en een vragenlijst voor leerlingen. Door te werken met diverse instrumenten wordt er vanuit verschillende perspectieven gekeken naar het onderzoek. Door de individuele vragenlijsten met elkaar te vergelijken wordt er een conclusie getrokken. Alle data worden hierin meegenomen. De interviews die onder meerdere leerkrachten is afgenomen wordt ook vergeleken. Op deze wijze worden alle inzichten meegenomen in het onderzoek.

3.5 Ethiek

Tijdens het uitvoeren van het onderzoek moet er ook rekening gehouden worden met de ethiek. Er wordt gehandeld op een wijze waarvan je aanneemt dat dit voor anderen goed, zinvol, gepast en aanvaardbaar is. Tijdens het onderzoek wordt dit gedaan door niets van het onderzoek zonder toestemming uit te voeren of te publiceren. Ook wordt er over het onderzoek en het uitvoeren van

het onderzoek open gecommuniceerd met de leerlingen en de leerkrachten. De resultaten zullen anoniem verwerkt worden (Reulen & Rosmalen, 2000).

Hoofdstuk 4: Analyse en resultaten

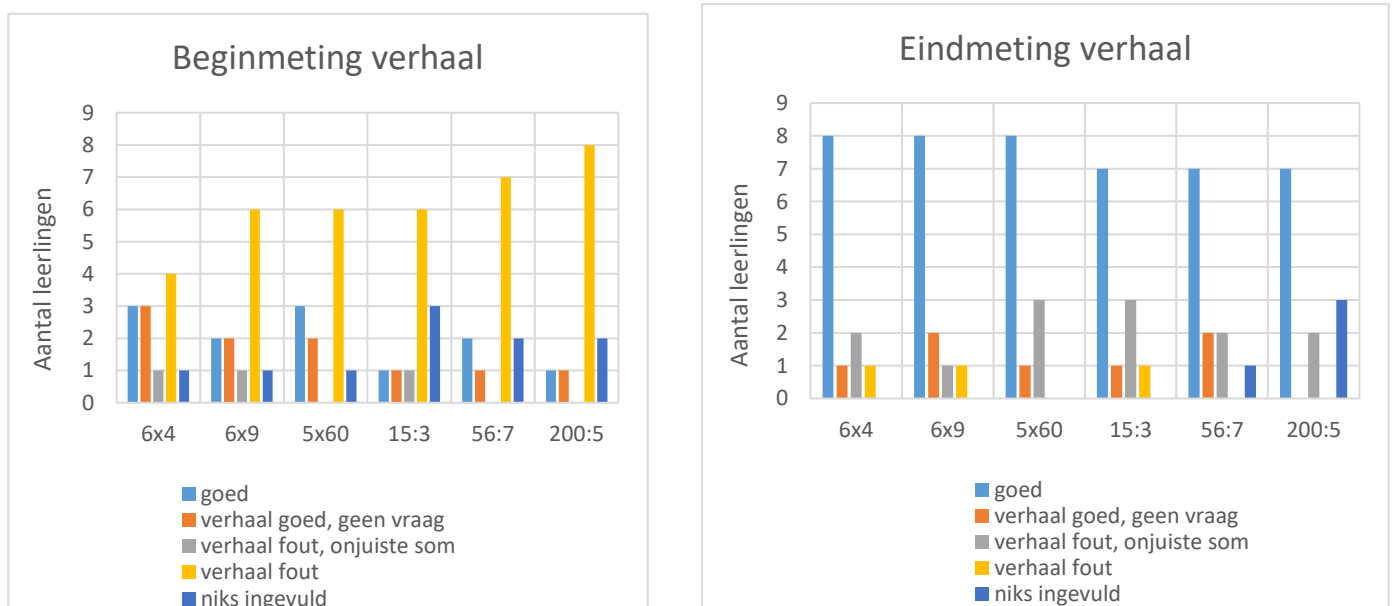
In dit hoofdstuk worden de resultaten van de vragenlijsten getoond die werden afgenomen onder de leerlingen gepresenteerd. Ook worden de resultaten van de interviews onder de leerkrachten weergegeven.

4.1 Vragenlijst leerlingen beginmeting/eindmeting

Aan de start van het onderzoek werd er een vragenlijst onder de leerlingen afgenomen. Deze vragenlijst is te vinden in bijlage 1. De leerlingen kregen een vragenlijst waarop 3 keersommen en 3 deelsommen op stonden. Deze sommen zijn willekeurig gekozen, maar kennen zoals beschreven wel een oplopende moeilijkheidsgraad. Bij elke som werd er aan de leerlingen gevraagd om een verhaal te bedenken, een tekening te maken en de som weer te geven op de getallenlijn. Per onderdeel worden de data gepresenteerd. Eerst wordt de beginmeting weergegeven en vervolgens de eindmeting. Zo zijn deze goed met elkaar te vergelijken.

4.1.1 Verhaal

Aan de leerlingen werd gevraagd om bij de sommen een verhaal te bedenken. Bij het verhaal konden er verschillende antwoord opties ontstaan. Er kon een goed verhaal worden bedacht (een verhaal die past bij de som, inclusief een vraag). Ook kon er een goed verhaal worden bedacht, maar stond er geen vraag in het verhaal. Het verhaal kon ook fout zijn, waarbij leerlingen een verhaal hebben bedacht waar het eigenlijk gaat over bijvoorbeeld een optelsom. Het verhaal kon ook helemaal fout zijn, of leerlingen hebben niks ingevuld. Alle leerlingen hebben de tijd gekregen om de hele vragenlijst in te vullen. Dat betekent dat de leerlingen die niks ingevuld hebben, niet wisten wat ze moesten doen. Ook gaven leerlingen tijdens het afnemen aan dat ze niet altijd wisten wat ze moesten doen.



Figuur 5a+b: resultaten verhaal bij vermenigvuldig- en deelsommen.

Figuur 5a+b laat zien dat bij de beginmeting, bij de som 6×4 , 6 leerlingen in staat waren om een goed verhaal te bedenken. Bij de eindmeting waren dit 9 leerlingen. 5 leerlingen hadden het verhaal fout bij de beginmeting. Bij de eindmeting waren dit er 3. Ook het aantal leerlingen dat niks heeft ingevuld, is afgenomen van 1 naar 0 leerlingen.

De som 6×9 liet bij de beginmeting zien dat 4 leerlingen een verhaal konden bedenken, 7 leerlingen hadden dit fout en 1 leerling heeft niks ingevuld. Bij de eindmeting konden 10 leerlingen een verhaal bedenken en hadden 2 leerlingen het verhaal fout.

Het verhaal bij de som 5×60 werd door 5 leerlingen goed bedacht. Tijdens de eindmeting waren dit 9 leerlingen. Waar bij de beginmeting 6 leerlingen het verhaal fout hadden, waren dit er bij de eindmeting 3.

Bij de som $15:3$ konden 2 leerlingen tijdens de beginmeting een verhaal bedenken. Bij de eindmeting was dit toegenomen naar 8 leerlingen. Waar tijdens de beginmeting 7 kinderen een fout verhaal hadden, was dit tijdens de eindmeting gedaald naar 4 leerlingen.

Een verhaal bedenken bij de som $56:7$ konden 3 leerlingen tijdens de beginmeting. Tijdens de eindmeting waren dit er 9. Tijdens de beginmeting hadden 7 leerlingen het verhaal fout en hadden 2 leerlingen geen verhaal bedacht. Bij de eindmeting hadden 2 leerlingen het verhaal fout en had 1 leerling niks ingevuld.

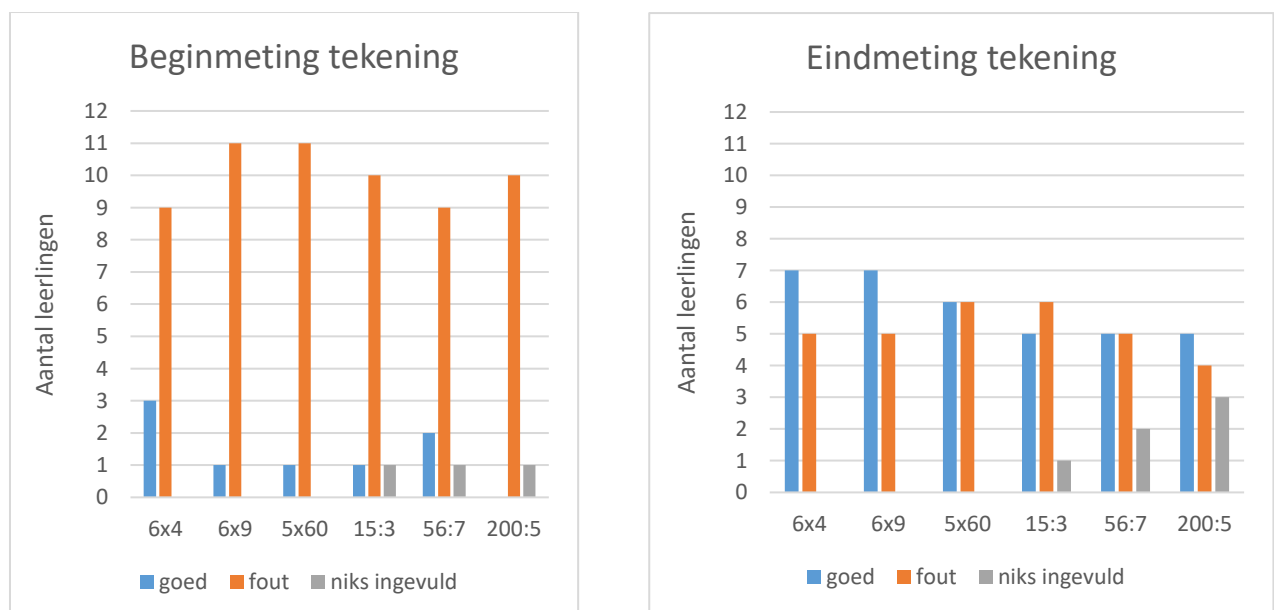
Bij de laatste som $200:5$ konden tijdens de beginmeting 2 leerlingen een juist verhaal bedenken. Dit was tijdens de eindmeting toegenomen naar 7 leerlingen. Het bedenken van een fout verhaal is gedaald van 8 leerlingen naar 2 leerlingen. Er is een toename van niets invullen van 2 naar 3 leerlingen.

Conclusie:

Bij alle sommen waren de leerlingen tijdens de eindmeting beter in staat om een verhaal te bedenken bij de sommen. Bij de deelsommen was dit aantal lager dan bij de keersommen.

4.1.2 Tekening

De leerlingen hebben bij de sommen ook een tekening gemaakt. In de tekening moest duidelijk de som worden weergegeven. Hierbij ging het niet om een mooie tekening, maar om een tekening waarbij duidelijk zichtbaar was, dat de som is uitgetekend met bijvoorbeeld groepjes. De resultaten worden weergegeven in figuur 6a+b.



Figuur 6a+6b: resultaten tekening bij vermenigvuldig- en deelsommen.

Uit de resultaten van de beginmeting blijkt bij de som 6×4 3 leerlingen in staat waren om een juiste tekening te maken. De overige 9 leerlingen konden dit niet. Tijdens de eindmeting is het aantal van 3 goede tekeningen gestegen naar 7.

De tekeningen bij de sommen 6×9 en 5×60 werden tijdens de beginmeting door 1 leerling goed gemaakt en door 11 leerlingen fout. Tijdens de eindmeting werd de som 6×9 door 7 leerlingen goed gemaakt, waar dat bij de som 5×60 de helft van de leerlingen was.

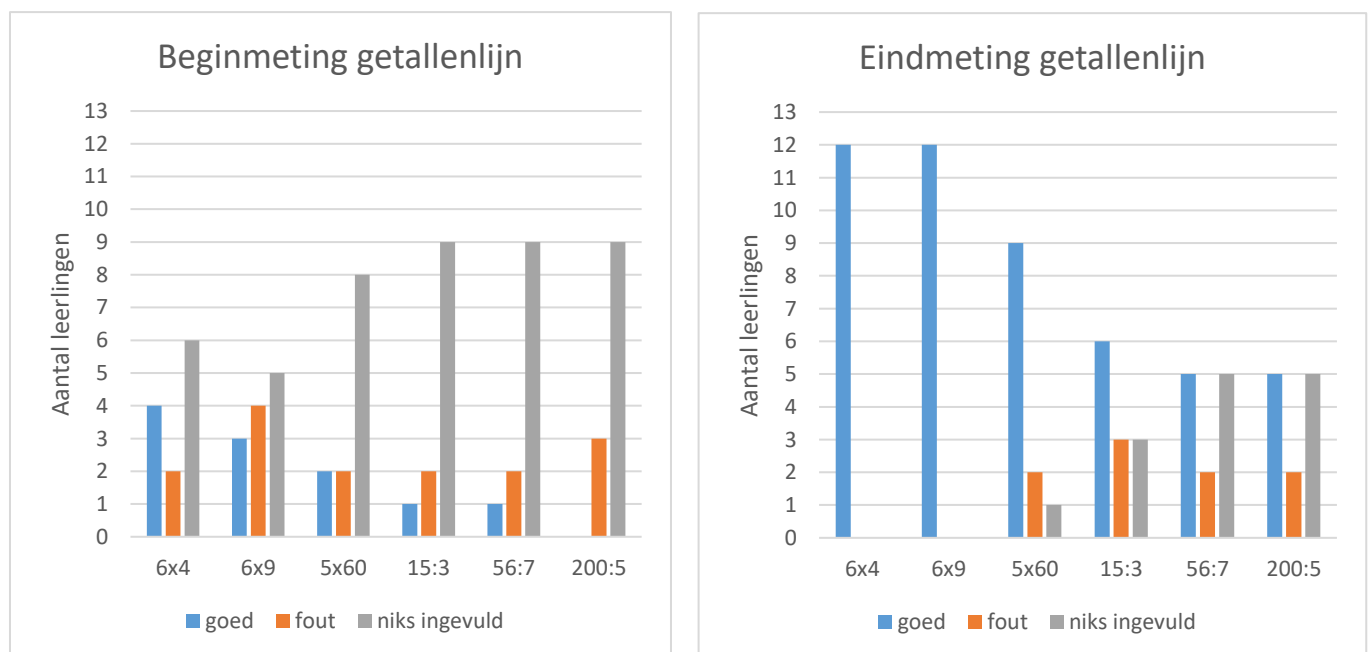
De sommen $15:3$, $56:7$ en $200:5$ werden tijdens de beginmeting door 1,2 en 0 leerlingen goed weergegeven in een tekening. Tijdens de eindmeting was dit konden 5 leerlingen dit.

Conclusie:

Het weergeven van de som in een tekening werd bij de eindmeting nog niet door alle leerlingen goed gedaan. 7 leerlingen hadden de som foutief weergegeven of niets ingevuld. Wel is er een stijging in het aantal leerlingen dat een tekening kon bedenken bij de sommen. De leerlingen waren beter in staat om een tekening te maken bij een vermenigvuldigsom, dan bij een deelsom.

4.1.3 Getallenlijn

De leerlingen hebben de verschillende sommen ook weergegeven op de getallenlijn. Belangrijk hierbij was dat er te zien moest zijn welke sprongen de leerlingen maakten op de getallenlijn.



Figuur 7a+b: resultaten getallenlijn bij vermenigvuldig- en deelsommen.

In figuur 7a+b valt te zien dat de sommen 6×4 en 6×9 werden in eerste instantie goed werden weergegeven op de getallenlijn door 4,3 leerlingen. Tijdens de eindmeting konden alle leerlingen de som goed weergeven op de getallenlijn.

5×60 werd door 2 leerlingen goed weergegeven tijdens de beginmeting. De som weergegeven op de getallenlijn konden tijdens de eindmeting 9 leerlingen.

De deelsommen werden minder goed gemaakt dan de vermenigvuldig sommen. Tijdens de beginmeting was 1 leerling in staat om de sommen $15:3$ en $56:7$ weer te geven. De som $200:5$ werd door niemand juist weergegeven. Uit de resultaten van de eindmeting blijkt dat 6 leerlingen de som

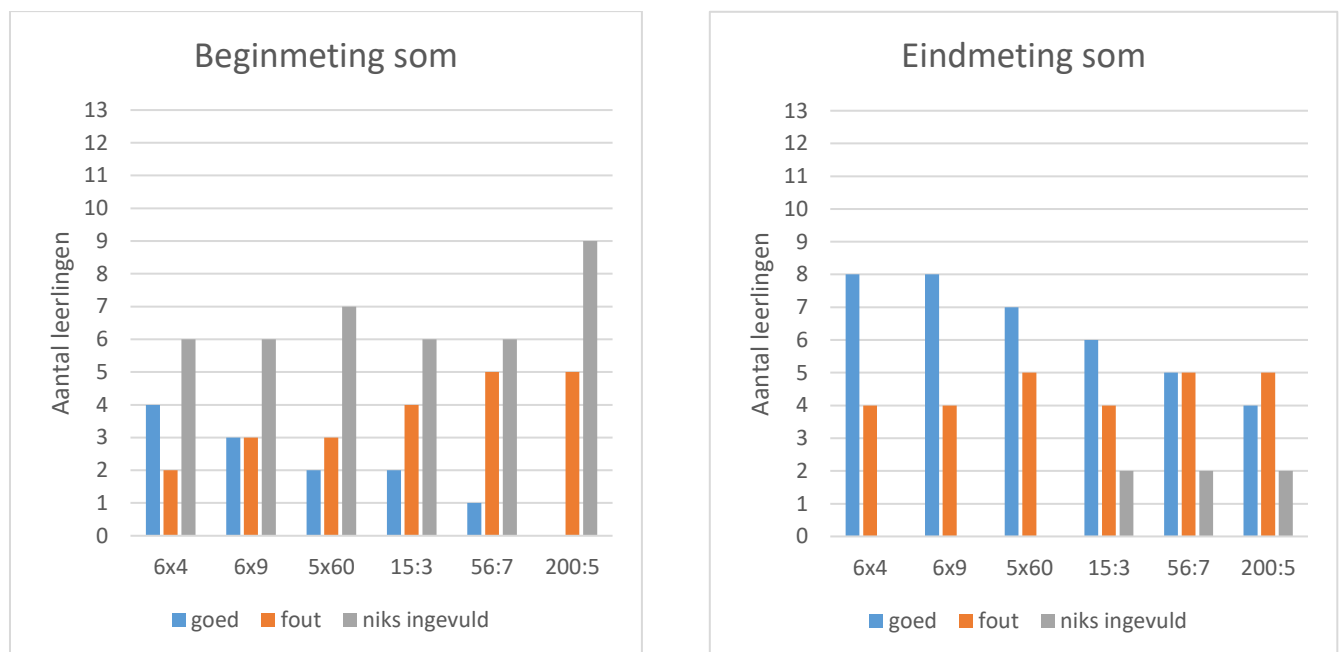
15:3 nu juist kunnen weergeven. De sommen 56:7 en 200: 5 worden nu door 5 leerlingen juist weergegeven.

Conclusie:

Voor alle sommen geldt dat de leerlingen beter in staat zijn om de som weer te geven op de getallenlijn vergeleken met de begin- en eindmeting. Wel is het zo dat leerlingen dit bij de vermenigvuldigssommen beter kunnen dan bij de deelsommen. Naarmate de sommen moeilijker worden, kunnen minder leerlingen de som juist weergeven.

4.1.4 Welke som hoort erbij?

Als laatste is aan de leerlingen gevraagd om bij de vermenigvuldigssom de juiste deelsom op te schrijven en andersom. Bij de som 6×4 past bijvoorbeeld de deelsom $24:6$ of $24:4$. In figuur 8a+b zijn de resultaten hiervan te vinden.



Figuur 8a+b: resultaten welke som hoort er bij de vermenigvuldig- en deelsommen?

Tijdens de beginmeting waren bij de som 6×4 4 leerlingen in staat om de deelsom te bedenken die erbij hoort. Uit de resultaten van de eindmeting blijkt dat dit is toegenomen naar 8 leerlingen. Ditzelfde geldt voor de som 6×9 , waarbij tijdens de beginmeting 3 leerlingen de juiste som konden bedenken.

Bij de som 5×60 werd in eerste instantie door 2 leerlingen een juiste deelsom bedacht. Dit aantal is toegenomen tot 7 leerlingen.

Een vermenigvuldigssom bedenken die bij de deelsom hoort, werd in eerste instantie bij de som $15:3$ goed beantwoord door 2 leerlingen, de som $56:7$ door 1 leerling en de som $200:5$ door geen leerling. Ook deze aantallen zijn toegenomen tot 6,5 en 4 leerlingen.

Ook hebben tijdens de eindmeting alle leerlingen bij de vermenigvuldigssommen een antwoord opgeschreven. Dit was bij de beginmeting niet het geval.

Conclusie:

Leerlingen hebben tijdens de eindmeting meer goede sommen bij de beginsom bedacht dan bij de beginmeting. Wanneer de sommen moeilijker worden, neemt dit aantal wel af.

4.2 Bijzonderheden logboek

Gedurende de lessenserie heeft de onderzoeker een logboek bijgehouden. Wat hierin opviel, was dat de kinderen het in het begin nog lastig vonden om een goed verhaal te bedenken bij de gevraagde sommen. Leerlingen waren niet in staat om de juiste vraag in het verhaal te verwerken. Gedurende het proces ging dit de kinderen steeds beter af. De kinderen waren tijdens het hele proces erg enthousiast! Zij gaven aan dat het vooral leuk was dat ze een keer op een andere manier aan het werk waren. Toen de deelsommen aan bod kwamen, viel het op dat dit een stuk lastiger was dan de vermenigvuldigingsommen. Toch ging het steeds beter en konden de leerlingen steeds beter met de vertaalcirkel aan het werk. Zowel bij de vermenigvuldig als de deelsommen.

4.3 Interview leerkrachten

Om de huidige situatie rondom vermenigvuldigen en delen in kaart te brengen, is er bij de leerkrachten een interview afgenomen.

Twee van de drie leerkrachten geven aan dat leerlingen veel moeite hebben met het automatiseren van vermenigvuldig- en deelsommen. In groep 4 wordt er veel aandacht besteed aan het leren van de tafels. Leerlingen krijgen de tafelsommen vrijwel direct op formeel niveau aangeboden, waarbij er uitleg wordt gegeven over de mogelijke oplossingsprocedures.

Leerkracht middenbouw: "Ik besteed weinig aandacht aan het begrip van vermenigvuldig- en deelsommen."

De fase van begripsvorming wordt vrijwel overgeslagen, volgens de leerkrachten van de middenbouw. De leerkrachten merken dat de sommen in groep 4 geautomatiseerd worden, maar dat de leerlingen in groep 5 en 6 veel moeite hebben om de sommen toe te passen in de context. De geautomatiseerde kennis is weg. Leerlingen gebruiken een omslachtige manier van denken en kunnen geen verbanden leggen tussen vermenigvuldig- en deelsommen. Leerkrachten ervaren dit als zeer lastig, omdat het rekenen zo zeer veel tijd kost. Leerkrachten zijn tevreden over het niveau van rekenen, maar zien wel graag dat het begrip van vermenigvuldigen en delen toeneemt.

Leerkracht middenbouw: "Leerlingen kunnen de sommen na een lange tijd oplossen, maar hebben geen idee wat de som betekent."

Gevraagd is ook naar de vertaalcirkel. Leerkrachten hebben hier wel eens van gehoord en er heeft een workshop plaatsgevonden op school om deze te gebruiken. Echter hebben de leerkrachten dit nog niet ingezet. Ze geven als reden dat ze denken dat de vertaalcirkel inzetten veel tijd kost, waar geen tijd voor is in een combinatiegroep 4/5/6.

Hoofdstuk 5: Conclusie en discussie

In dit hoofdstuk wordt de conclusie weergegeven op de hoofd- en deelvragen. Vervolgens worden er een aantal discussiepunten gesteld. Als laatste zullen in dit hoofdstuk de praktische opbrengsten en aanbevelingen gepresenteerd worden.

5.1 Conclusie

De eerste deelvraag is erop gericht om in kaart te brengen wat de huidige situatie (februari 2017) is met betrekking tot het begrip van de relatie tussen de vermenigvuldig- en deelsommen. In de figuren 5a, 6a en 7a is te zien dat leerlingen weinig tot geen begrip hadden van vermenigvuldig- en deelsommen. Ook de relatie hiertussen was voor veel leerlingen onbekend. Ze konden niet de juiste som bedenken die bij de vermenigvuldig- en deelsommen hoort. Volgens De Pater (2014) gaat het daardoor mis in de begripsvormingsfase, die voorwaarde is voor het ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen en het flexibel toepassen.

Om antwoord te krijgen op de vraag hoe er binnen de school wordt gewerkt aan het creëren van begrip van vermenigvuldig- en deelsommen is er een interview afgenomen. De leerkrachten is gevraagd naar het huidige aanbod op het gebied van vermenigvuldigen en delen. Leerkrachten geven aan dat de begripsvormingsfase eigenlijk niet plaatsvindt. Er wordt al snel aandacht besteed aan het leren van oplossingsprocedures en het vlot leren rekenen. De eerste fase van het hoofdlijnenmodel wordt zo overgeslagen (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen (2011). Leerkrachten merken tijdens de rekenlessen dat leerlingen in staat zijn om vermenigvuldig- en deelsommen op te lossen, maar de leerlingen hebben geen idee wat de sommen betekenen. Ze leggen dan ook geen verband tussen de relatie van vermenigvuldigen en delen.

Gezien deze resultaten kan ik concluderen dat de leerlingen in februari nog weinig tot geen begrip hadden. Dit blijkt uit de vragenlijsten die zijn afgenomen bij de leerlingen. De leerkrachten bevestigen dit in de gedane interviews. Ze zagen weinig tot geen begrip bij de leerlingen. Ook ondervonden de leerkrachten problemen op het gebied van automatiseren van de vermenigvuldig- en deelsommen. Gezien het feit dat volgens Borghouts & Notten (2015) en Van den Heuvel-Panhuizen (2010) het creëren van begrip een voorwaarde is om vlot te leren rekenen, is het niet vreemd dat leerlingen ook daar problemen mee hebben. De eerste stap, de begripsvormingsfase, is vrijwel overgeslagen. Doordat leerkrachten hier weinig aandacht aan besteden, ontbreekt ook bij de leerlingen het begrip.

Vervolgens is er zes weken gewerkt aan het begrip door middel van de vertaalcirkel. De leerlingen hebben tijdens deze lessen diverse vertalingen gemaakt van vermenigvuldig- en deelsommen (Borghouts, 2012; Van Erp 1996). Daarbij speelde het verwoorden van de relatie tussen deze sommen ook een grote rol. Na afloop van de lessenreeks hebben de leerlingen nogmaals de vragenlijst ingevuld. Door deze resultaten te vergelijken met de beginmeting kan de volgende conclusie gesteld worden:

De leerlingen hebben door het werken met de vertaalcirkel van Borghouts (2012) en Van Erp (1996) meer begrip gekregen van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen. De vertaalcirkel heeft bijgedragen aan het begrip door te werken met diverse vertalingen. Leerlingen hebben de som weergegeven met blokjes, hebben een verhaal bedacht bij de som, hebben de som weergegeven in een tekening en op de getallenlijn. Volgens Van Groenestijn, Borghouts & Janssen (2011) is er zo op diverse niveaus van het handelingsmodel gewerkt. Gedurende alle vertalingen is het verwoorden van de handelingen een belangrijk onderdeel geweest. Volgens Borghouts en Notten (2015) en Van den Heuvel-Panhuizen (2010) is op deze wijze de eerste fase van de leerlijn vermenigvuldigen en delen doorlopen. Begripsvorming heeft plaatsgevonden.

De hoofdvraag van dit onderzoek was de vraag, hoe de vertaalcirkel kan bijdragen aan het creëren van begrip van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen. Gesteld kan worden dat de vertaalcirkel kan bijdragen aan het begrip van vermenigvuldig- en deelsommen. Dit kan gedaan worden door te werken met de vertaalcirkel. Dit houdt in dat bij een vermenigvuldig- of deelsom diverse vertalingen worden gemaakt. Tijdens het vertalen van de sommen is het belangrijk dat de handelingen verwoord worden, maar ook wat de relatie tussen de sommen is.

5.2 Discussie

5.2.1 Bijdragen kennisontwikkeling en praktijkontwikkeling

Dit onderzoek levert de volgende bijdragen geleverd aan kennisontwikkeling en praktijkontwikkeling:

*Er is kennis opgedaan over de algemene rekenontwikkeling van kinderen. Dit verloopt volgens het hoofdlijnenmodel via de vier hoofdlijnen begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen en flexibel toepassen (De Pater, 2014). Gedurende al deze fases kan een leerling bewerkingen uitvoeren op verschillende niveaus. Dit valt te zien in het handelingsmodel van Van Groenestijn, Borghouts en Janssen (2011). Er is kennis opgedaan over de wijze waarop de vertaalcirkel kan ingezet worden om begrip van vermenigvuldig- en deelsommen te creëren (Van Erp, 1996; Borghouts, 2012).

*Het onderzoek heeft bijgedragen aan het inzichtelijk maken van het probleem met betrekking tot de leerlijn vermenigvuldigen en delen. Er werd te weinig aandacht besteed aan de begripsvormingsfase, terwijl dit de eerste stap in elke leerlijn is. Dit werd aangetoond in de leerling vragenlijsten maar ook uit de interviews die zijn afgenomen onder de leerkrachten op school. Leerlingen zullen altijd problemen houden op het gebied van vermenigvuldigen en delen, als het begrip niet of nauwelijks aanwezig is.

*Het onderzoek heeft inzichtelijk gemaakt dat het werken met de vertaalcirkel kan bijdragen aan het creëren van begrip van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen. De leerling werkt op verschillende niveaus van het handelingsmodel aan vermenigvuldigen en delen. Belangrijk hierbij is het verwoorden van de handelingen die uitgevoerd worden, maar ook het verwoorden van de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen. Hierdoor neemt het begrip toe.

5.2.2 Reflectie onderzoek

* Het uitvoeren van het onderzoek heeft plaatsgevonden in groep 5/6. Gedurende het hele onderzoek waren alle deelnemers aanwezig. Dit heet ervoor gezorgd dat alle leerlingen een gelijk aanbod hebben gehad, waardoor de antwoorden objectiever zijn geworden.

*Alle respondenten hebben de vragenlijsten ingevuld. Dit was het hoogst haalbare, waardoor er zoveel mogelijk antwoorden verkregen zijn. Door zoveel mogelijk antwoorden te vergelijken, neemt de toevalligheid van de antwoorden af.

*Het onderzoek is uitgevoerd in een relatief kleine groep. Om zoveel mogelijk respondenten te krijgen, was het niet mogelijk om een controlegroep in te zetten. De resultaten zijn enkel gebaseerd op deze groep 5/6.

*Het gedane interview is afgenomen onder drie van de vier leerkrachten. Dit is een kleine groep. Om het onderzoek betrouwbaarder te maken, zou het goed zijn als het onderzoek onder meerdere leerkrachten zou zijn afgenomen.

*De lessenserie heeft 1x per week gedurende 6 weken plaats gevonden. Er is geen rekening gehouden met het aanbod dat gedurende deze weken heeft plaatsgevonden in de klas. Het aanbod van de klas kan invloed hebben gehad op de resultaten.

*De beginmeting en eindmeting zijn beiden op dezelfde dag van de week en op hetzelfde moment van de dag gebeurd. Daardoor is de externe factor tijd niet van invloed geweest op het onderzoek. Echter externe factoren als bijvoorbeeld het weer en gezondheid hebben de resultaten kunnen beïnvloeden. Hier is geen rekening mee gehouden tijdens het onderzoek.

5.3 Praktische opbrengsten en aanbevelingen

5.3.1 Betekenis beroepsgroep

Het onderzoek laat zien dat het creëren van begrip essentieel is voor het leren vermenigvuldigen en delen. Wanneer kinderen begrip hebben van vermenigvuldigen en delen en de relatie tussen deze beiden. Wanneer de begripsvormende fase doorlopen is, volgt hier het leren van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen en flexibel toepassen op. Leerkrachten moeten er dan ook van bewust zijn dat de begripsvormende fase een erg belangrijke fase is. Ontbreekt deze fase in het leerproces, dan verlopen hierop volgende fasen moeizaam.

De vertaalcirkel is een erg handig hulpmiddel dat leerkrachten snel in kunnen zetten om begrip te creëren. Samen met de kinderen kan er hiermee gewerkt worden. Leerlingen pakken het werken met de vertaalcirkel op en zijn enthousiast over het gebruik hiervan.

5.3.2 Aanbevelingen school

*Het onderzoek toont aan dat de vertaalcirkel heeft bijgedragen aan het begrip van de relatie van vermenigvuldig- en deelsommen. Wanneer er in de school een nieuwe groep leerlingen de fase van begripsvorming doormaakt op het gebied van vermenigvuldigen en delen, kan de vertaalcirkel dus worden ingezet.

5.3.3 Aanbevelingen vervolgonderzoek

*Het onderzoek heeft aangetoond dat de vertaalcirkel bijdraagt aan het creëren van begrip van de relatie van vermenigvuldig- en deelsommen. Verder onderzocht zou kunnen worden of de vertaalcirkel op andere gebieden dan vermenigvuldigen en delen ingezet zou kunnen worden.

*De eindmeting heeft plaatsgevonden direct na het uitvoeren van de lessenserie. Onderzocht kan worden of het werken met de vertaalcirkel ook effect heeft op de langere termijn.

*Dit onderzoek is uitgevoerd op één school. Het onderzoek zou herhaald kunnen worden op een andere school, om zo de toevalligheid nog verder uit te sluiten.

*Een andere mogelijkheid voor vervolgonderzoek is of de leerlingen het begrip nu ook tijdens de lessen en andere situaties waar vermenigvuldigen en delen komt kijken, is toegenomen.

*Wanneer de leerlijn van vermenigvuldigen en delen wordt gevolgd, dan is de volgende stap om te gaan werken aan oplossingsprocedures. Er kan onderzocht worden hoe er het beste gewerkt kan worden aan de oplossingsprocedures.

Literatuurlijst

- Baarda, B. (2014). *Dit is onderzoek! Handleiding voor kwantitatief en kwalitatief onderzoek*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers.
- Borghouts, C. (2012). De vertaalcirkel. Werken aan begrip en inzicht bij (zwakke) rekenaars. *Volgens Bartjens*, 31 (2), 8-11.
- Borghouts, C. & Notten, C. (2015) Waar zitten we in de leerlijn. Het juiste moment kiezen voor automatiseren. *Volgens Bartjens*, 34 (3), 27-29.
- Boswinkel, N., & Moerlands, F. (2003). Het topje van de ijsberg. In K. Groenewegen (Ed.), *Nationale Rekendagen 2002 – een praktische terugblik* (pp. 103-114). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Bouwers, H. & Van Goor, H. (1998). *Diagnostiek en behandeling van reken-problemen*. Baarn: uitgeverij Intro.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S., Den Engelsens, M., Lek, A. & Van Waveren Hogervorst, C. (2011). *Rekenen-wiskunde in de praktijk. Kerninzichten*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers bv.
- Pater, M. de. (2014). *Leren vermenigvuldigen: meer dan tafels leren!*. Verkregen op: <http://wjl-leren.nl/tafels-leren.php>
- Reulen, J. & Rosmalen, P. (2000). *Het voortgezet onderwijs in Nederland*. Tilburg: Remmers.
- Ruijsenaars, A., Luit, J. & Lieshout, E. (2015). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- TAL-team (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen*. Groningen: Wolters-Noordhoff bv.
- Van der Donk, C. & Van Lanen, B. (2012). *Praktijkonderzoek in de school*. Bussum: Uitgeverij Coutinho.
- Van Erp, J. (1996). *Rekenproblemen voorkomen. Een nieuwe grondslag voor de rekendidactiek*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C. & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie. BAO SBO SO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum BV.
- Veltman, A. & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). *Rekenen met hele getallen op de basisschool. Tussendoelen Annex Leerlijnen*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers.

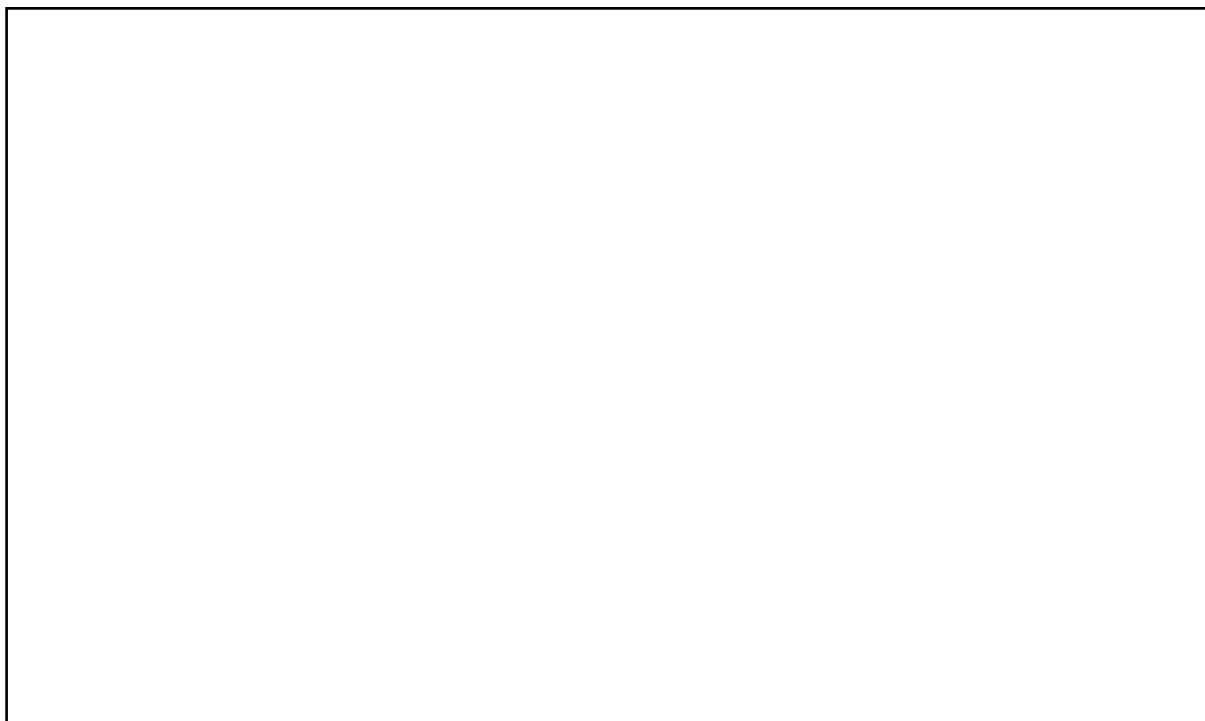
Bijlagen

Bijlage 1: Vragenlijst leerlingen

6x4=

Bedenk een verhaaltje bij de som.

Maak een tekening bij de som.



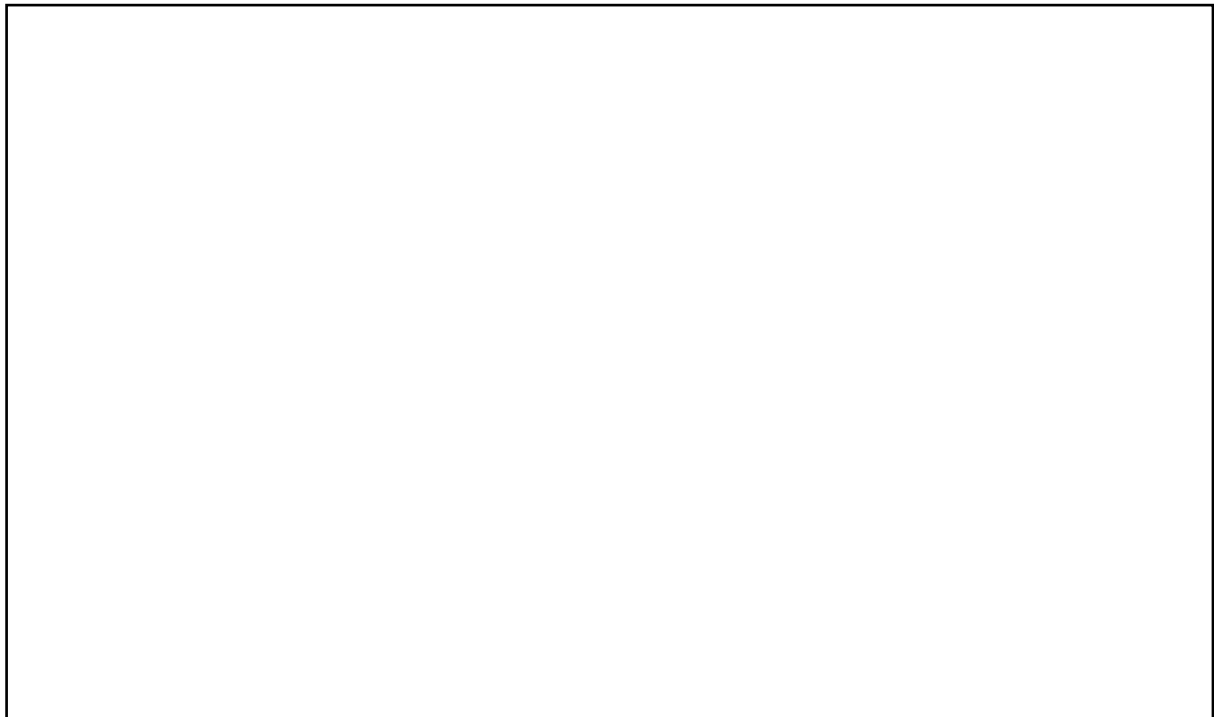
Teken de som op de getallenlijn.

Welke deelsom kan je bij deze som bedenken?

6x9=

Bedenk een verhaaltje bij de som.

Maak een tekening bij de som.



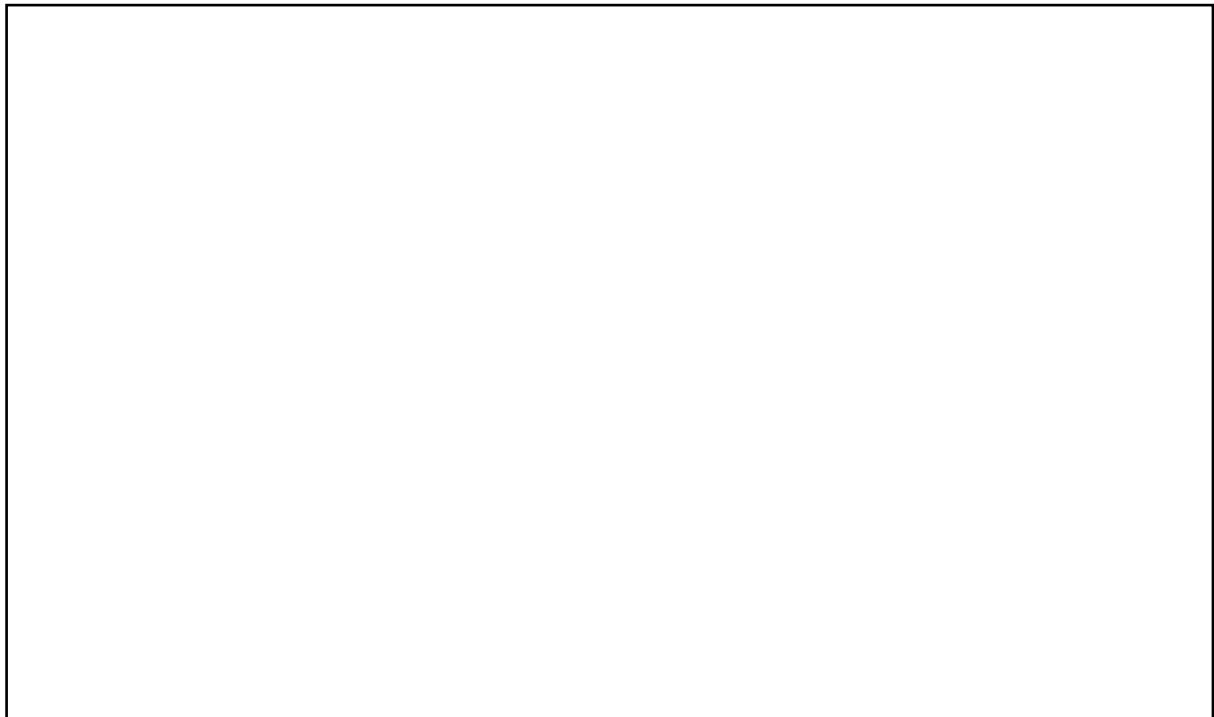
Teken de som op de getallenlijn.

Welke deelsom kan je bij deze som bedenken?

5x60=

Bedenk een verhaaltje bij de som.

Maak een tekening bij de som.



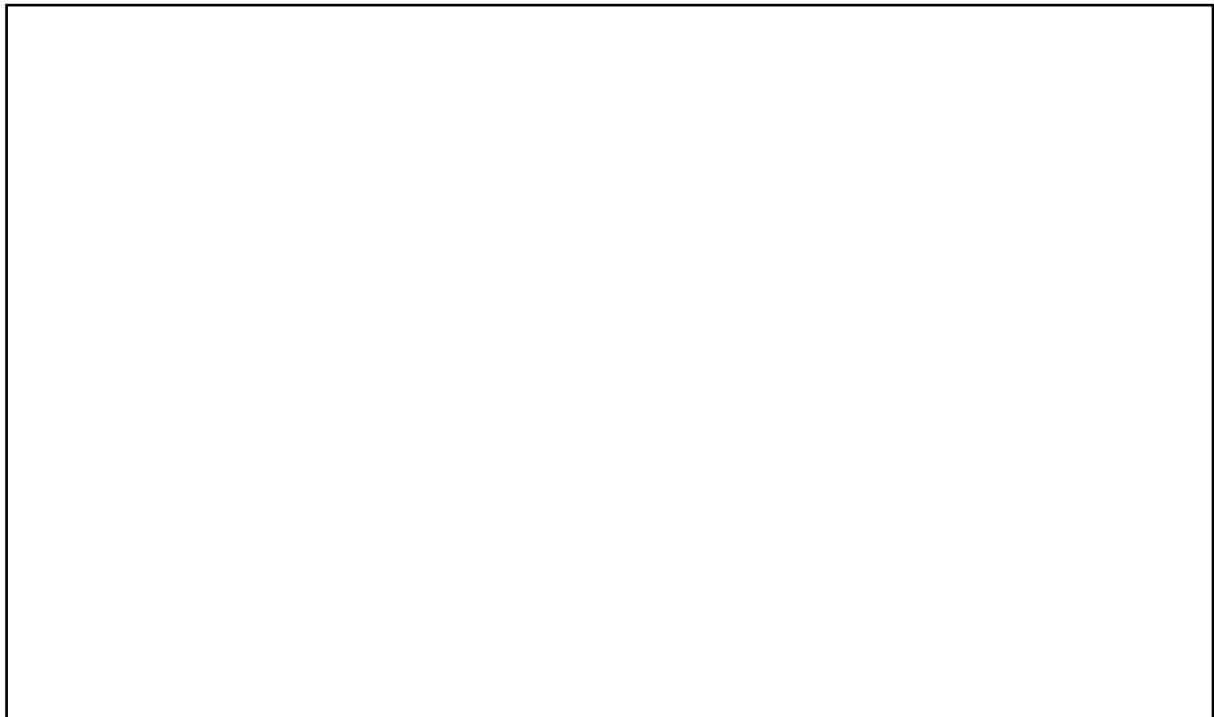
Teken de som op de getallenlijn.

Welke deelsom kan je bij deze som bedenken?

15:3=

Bedenk een verhaaltje bij de som.

Maak een tekening bij de som.



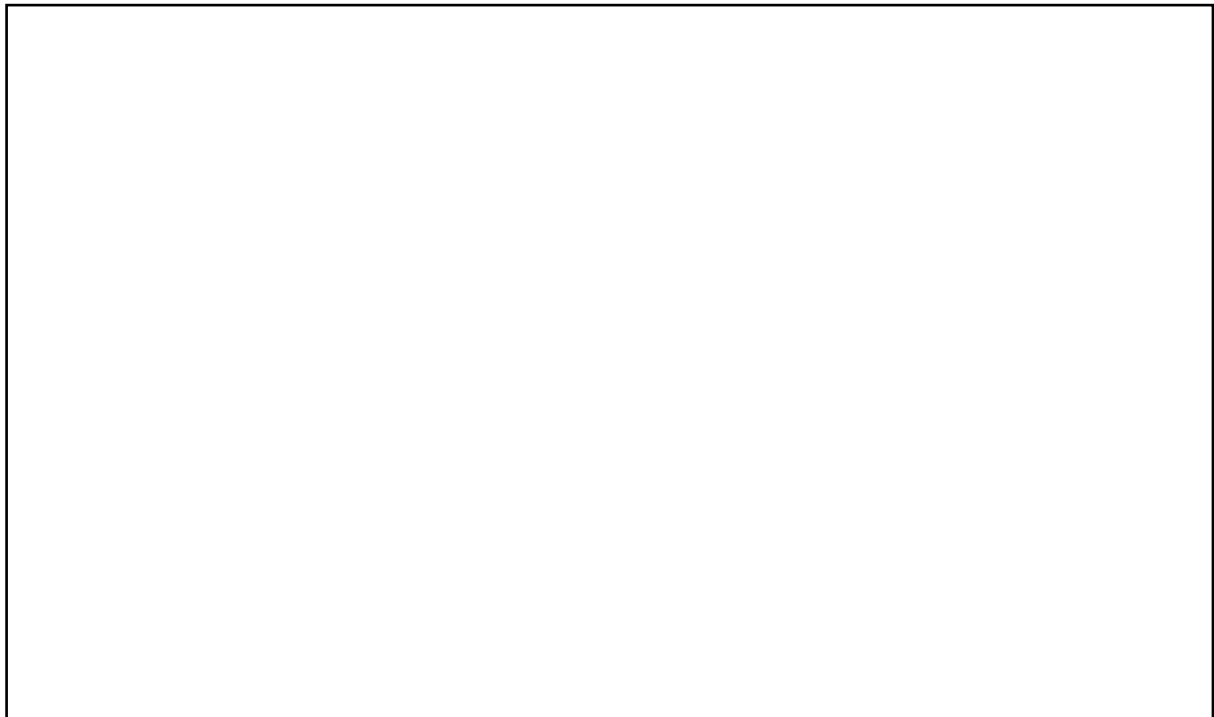
Teken de som op de getallenlijn.

Welke keersom kan je bij deze som bedenken?

56:7=

Bedenk een verhaaltje bij de som.

Maak een tekening bij de som.



Teken de som op de getallenlijn.

Welke keersom kan je bij deze som bedenken?

200:5 =

Bedenk een verhaaltje bij de som.

Maak een tekening bij de som.



Teken de som op de getallenlijn.

Welke keersom kan je bij deze som bedenken?

Bijlage 2: Interview leerkrachten

- Hoe leer je de kinderen vermenigvuldigen en delen?
- Wat doe je in de klas aan vermenigvuldigen en delen?
- Gebruik je hiervoor de methode of aanvullende materialen voor? Zo ja, welke?
- Ben je tevreden over de kennis die kinderen hebben over vermenigvuldigen en delen?
In de klas? In de school?
- Ben je tevreden over het niveau van vermenigvuldigen en delen?
In de klas? In de school?
- Welke aandacht besteed je aan de relatie tussen vermenigvuldig- en deelsommen?
- Ken je de vertaalcirkel? Zo ja, hoe ken je deze? Hoe zet je hem in, in de klas?
- Welke kennis/vaardigheden mis je zelf op het gebied van vermenigvuldigen/delen?

Bijlage 3: Lessenserie

Les 1

Lesdoel:

Aan het eind van de les hebben de kinderen van groep 5/6 kennis gemaakt met de vertaalcirkel.

Inleiding:

De kinderen maken deze les kennis met de vertaalcirkel. Dit houdt in dat de leerlingen bij een keersom; de som kunnen neerleggen met blokjes, een verhaal kunnen bedenken, een tekening kunnen maken en deze som kunnen weergeven op een getallenlijn.

Ook wordt er aan de kinderen verteld waarom we gaan werken met de vertaalcirkel (om meer begrip te creëren tussen keersommen en deelsommen. Ook vertel ik ze dat ze mee werken aan een onderzoek voor mijn masterstudie.

Kern:

We beginnen met een makkelijke keersom als 2×6 . Deze som gaan we helemaal samen neerleggen met blokjes, we bedenken een verhaal, maken er een eenvoudige tekening bij en geven de som weer op de getallenlijn. Op deze manier hebben de kinderen kennis gemaakt met de vertaalcirkel. Ik geef aan bij het verhaal, dat het heel belangrijk is dat er een vraag in het verhaal staat. Anders weet je nog niet wat je eigenlijk gaat uitrekenen. Bij het tekenen, dat het niet gaat om de details, maar dat het gaat om een simpele weergave van de som. Bij de getallenlijn is het belangrijk dat er getallen bij de getallenlijn staan en dat er de juiste sprongen worden gemaakt.

Afsluiting:

Samen met de kinderen bespreken we kort waar we het deze les over gehad hebben. We herhalen wat belangrijk was bij de verschillende onderdelen (verhaal, tekening, getallenlijn) van de vertaalcirkel.

Logboek:

De kinderen waren enthousiast om te beginnen. Ze vonden het wel heel erg lastig om een juist verhaal te bedenken. Vaak bedachten ze een verkeerde vraag bij het verhaal. De getallenlijn was eenvoudiger.

Les 2

Lesdoel:

Aan het eind van de les kunnen de kinderen een eenvoudige (bijv. 2×6) weer geven met behulp van de vertaalcirkel.

Inleiding:

We herhalen kort wat de onderdelen waren voor de vertaalcirkel. Ik vraag aan de kinderen wat belangrijk was bij de verschillende onderdelen.

Kern:

De kinderen gaan in 2-tallen aan de slag om een keersom weer te geven via de vertaalcirkel. Daarbij vraag ik steeds aan de kinderen waarom ze iets doen, zodat ze daarbij zelf leren om de handelingen te verwoorden.

Afsluiting:

We bespreken per groepje wat de kinderen hebben neergelegd met blokjes en welke verhalen/tekeningen/getallenlijnen de kinderen hebben bedacht.

Logboek:

Het was voor de meeste kinderen nog heel lastig om zelfstandig de verschillende onderdelen weer te geven. Het verhaal bedenken was voor iedereen moeilijk. Toen we gezamenlijk één verhaal hebben bedacht, konden de kinderen er wel een tekening bij bedenken en de som weer geven op de getallenlijn.

[Les 3](#)

Lesdoel:

Aan het eind van de les kunnen de kinderen een moeilijke keersom (bijv. 6x8) weergeven met behulp van de vertaalcirkel.

Inleiding:

We herhalen kort wat de onderdelen waren voor de vertaalcirkel. Ik vraag aan de kinderen wat belangrijk was bij de verschillende onderdelen. De vorige les vonden de kinderen het verhaal bedenken erg lastig. Daar wordt extra aandacht aan besteed. Hoe kan je nou een goed verhaal bedenken?

Kern:

De kinderen gaan in 2-tallen aan de slag om een keersom weer te geven via de vertaalcirkel. Daarbij vraag ik steeds aan de kinderen waarom ze iets doen, zodat ze daarbij zelf leren om de handelingen te verwoorden.

Afsluiting:

We bespreken per groepje wat de kinderen hebben neergelegd met blokjes en welke verhalen/tekeningen/getallenlijnen de kinderen hebben bedacht.

Logboek:

Het neerleggen met blokjes was zeer snel gedaan. Dit kunnen de kinderen inmiddels goed. Doordat we extra aandacht hebben besteed aan het bedenken van een verhaal, ging dit ook beter maar het bleef voor een aantal kinderen nog moeilijk. Bij de tekening maken viel op dat er een aantal kinderen toch nog graag een heel uitgebreide tekening willen maken.

[Les 4:](#)

Lesdoel:

Aan het eind van de les kunnen de kinderen een deelsom weergeven met behulp van de vertaalcirkel.

Inleiding:

We bespreken met de kinderen wat we allemaal geleerd hebben over het weergeven van sommen met de vertaalcirkel. Ik vertel de kinderen dat je ook een deelsom kan weergeven met behulp van de vertaalcirkel.

Kern:

Ik ga samen met de kinderen een deelsom weergeven met behulp van de vertaalcirkel. Ik laat de kinderen verwoorden of ze overeenkomsten zien met een keersom. Maar ook bespreken we wat de verschillen zijn.

Afsluiting:

We bespreken wat we vandaag geleerd hebben.

Logboek:

De kinderen konden goed benoemen hoe de vertaalcirkel werkt. Wel vonden ze het lastig dat het nu ging over een deelsom. Ze waren in de war met de keersom. Ze vonden het lastig om een verhaal te bedenken bij een deelsom. Ik heb ze een voorbeeld gegeven van een verhaal. Vervolgens werd het wel wat makkelijker voor de kinderen, maar het had zeker de nodige aandacht nodig.

[Les 5:](#)

Lesdoel:

Aan het eind van de les kunnen de kinderen een deelsom zelfstandig weergeven met behulp van de vertaalcirkel.

Inleiding:

We bespreken hoe het weergeven van een deelsom kan met behulp van de vertaalcirkel. De kinderen bedenken in 2-tallen een verhaal en die verhalen gaan we eerst bespreken voordat we verder gaan. De kinderen vonden dit heel lastig tijdens andere lessen.

Kern:

De kinderen gaan in 2-tallen verder een deelsom weergeven met behulp van de vertaalcirkel. Ze moeten nog de som weergeven met blokjes, een tekening maken en de som weergeven op de getallenlijn.

Afsluiting:

We bespreken per groepje wat de kinderen hebben neergelegd met blokjes en welke verhalen/tekeningen/getallenlijnen de kinderen hebben bedacht.

Logboek:

Het bedenken van een verhaal en dit direct bespreken hielp erg. De kinderen leerden van elkaars verhalen en konden steeds betere verhalen bedenken. Het weergeven van de som op een tekening en de getallenlijn gingen steeds beter. Wel was het nog lastig om de overeenkomsten met de keersom te verwoorden.

[Les 6:](#)

Lesdoel:

Aan het eind van de les kunnen de kinderen een keer- en deelsom weergeven met behulp van de vertaalcirkel. Ook kunnen ze de overeenkomsten en verschillen tussen beide soorten sommen opnoemen.

Inleiding:

We bespreken wat we de afgelopen weken hebben geleerd. We hebben het gehad over keer- en deelsommen weergeven met de vertaalcirkel. We bespreken wat belangrijk was bij de verschillende onderdelen.

Kern:

De kinderen gaan in 2-tallen een keersom en een deelsom weergeven met behulp van de vertaalcirkel. Vervolgens gaan ze de overeenkomsten en verschillen daarbij opschrijven.

Afsluiting:

We bespreken welke verhalen/tekeningen/getallenlijnen de kinderen hebben bedacht bij de keer- en deelsom. Vervolgens bespreken we ook de overeenkomsten en verschillen tussen beide sommen. Ik vertel de kinderen dat dit de laatste les was dat we zo bezig gingen met de vertaalcirkel. Ik bedank ze voor de medewerking aan het onderzoek.

Logboek:

Ik merkte dat de kinderen de weergave van de keersom goed konden. Dit hebben we ook vaak geoefend. De deelsom was nog wel lastig. De overeenkomsten en verschillen benoemen was ook lastig. Toen ik de leerlingen ging helpen, kwam er wel steeds meer uit de leerlingen.